Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = -\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{x}$ _____

2) $f(x) = \frac{5}{4}x^4 + 5\sqrt{x}$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_1^2 (-2x)\,dx =$ _____

2) $\int_2^5 (-x^2 + 5x)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $P_1(-2\,|\,-28)$, $P_2(0\,|\,-4)$, $P_3(1\,|\,2)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \le -1{,}03)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) $(6 \mid -6 \mid -2) \cdot (5 \mid 0 \mid -5) =$ _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

In ein leeres Becken läuft Wasser. Die Zuflussrate in Litern pro Minute beträgt $r(t) = 0{,}5 \cdot t \cdot (10 - t)$ für $0 <= t <= 10$ (t in Minuten). Danach wird der Zufluss geschlossen. Tipp: Die Zuflussrate sagt, wie schnell Wasser kommt. Wie viel Wasser insgesamt gekommen ist, liefert das Integral.

1) Wie groß ist die Zuflussrate nach 4 Minuten? (2 P.) _____

2) Zu welchem Zeitpunkt fließt am meisten Wasser zu? (3 P.) _____

3) Wie groß ist die größte Zuflussrate? (2 P.) _____

4) Wie viele Liter sind nach 10 Minuten im Becken? (3 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

Eine Krankheit haben 5 % der Menschen. Ein Schnelltest zeigt bei Kranken mit 98 % Wahrscheinlichkeit „positiv“. Bei Gesunden zeigt er mit 97 % Wahrscheinlichkeit richtig „negativ“. Eine zufällig ausgewählte Person wird getestet. Tipp: Zeichne ein Baumdiagramm (erst krank/gesund, dann positiv/negativ) und rechne mit Dezimalzahlen.

1) Berechne *P*(positiv) (auf 4 Stellen runden). (3 P.) _____

2) Der Test ist positiv. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Person krank? (3 Stellen) (4 P.) _____

3) Der Test ist negativ. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Person gesund? (4 Stellen) (3 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Ein Zelt hat die Form einer Pyramide mit quadratischem Boden ABCD und Spitze S: A(0|0|0), B(6|0|0), C(6|6|0), D(0|6|0) und S(3|3|4). Eine Längeneinheit ist 1 m. Tipp: Eine Kante ist ein Vektor – ihre Länge ist sein Betrag.

1) Wie lang ist die Kante $\overline{AS}$? (auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

2) Wie groß ist das Volumen des Zelts? (2 P.) _____

3) Neigungswinkel der Kante *AS* gegen den Boden (auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

4) Mittelpunkt *M* der Kante *BS* (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = -x^3 - \frac{1}{x^2}$

2) $f'(x) = 5x^3 + \frac{5}{2\sqrt{x}}$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_1^2 (-2x)\,dx = -3$

2) $\int_2^5 (-x^2 + 5x)\,dx = \frac{27}{2}$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = -2x^2 + 8x - 4$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \le -1{,}03) = \Phi(-1{,}03) \approx 0{,}1515$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(6 \mid -6 \mid -2) \cdot (5 \mid 0 \mid -5) = 40$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $r(4) = 12\,\frac{\text{l}}{\text{min}}$

2) $r'(t) = 0{,}5 \cdot (10 - 2t) = 0 \;\Rightarrow\; t = 5\,\text{min}$

3) $r(5) = 12{,}5\,\frac{\text{l}}{\text{min}}$

4) $\int_0^{10} r(t)\,dt = 0{,}5 \cdot \left[10\frac{t^2}{2} - \frac{t^3}{3}\right]_0^{10} = 83{,}33\,\text{l}$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $0{,}05 \cdot 0{,}98 + 0{,}95 \cdot 0{,}03 \approx 0{,}0775$

2) $P_{\text{pos}}(\text{krank}) = \frac{0{,}05 \cdot 0{,}98}{0{,}0775} \approx 0{,}632$

3) $P_{\text{neg}}(\text{gesund}) = \frac{0{,}95 \cdot 0{,}97}{0{,}9225} \approx 0{,}9989$

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $|\overrightarrow{AS}| = \sqrt{3^2 + 3^2 + 4^2} = \sqrt{34} \approx 5{,}83\,\text{m}$

2) $V = \frac{1}{3} \cdot 6^2 \cdot 4 = 48\,\text{m}^3$

3) $\sin\alpha = \frac{4}{\sqrt{34}} \Rightarrow \alpha \approx 43{,}31^\circ$

4) $M\left(\frac{6+3}{2} \mid \frac{0+3}{2} \mid \frac{0+4}{2}\right) = M(4{,}5 \mid 1{,}5 \mid 2)$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0