Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = \frac{2}{x^3} + \frac{4}{3}x^2$ _____

2) $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{x^3}$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_1^3 (-3x + 2)\,dx =$ _____

2) $\int_0^2 (-x - 2)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $T(0\,|\,1)$, $P(3\,|\,10)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \geq 0{,}66)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) $(2 \mid 0 \mid -3) \cdot (3 \mid 6 \mid -6) =$ _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

In ein leeres Becken läuft Wasser. Die Zuflussrate in Litern pro Minute beträgt $r(t) = 0{,}5 \cdot t \cdot (12 - t)$ für $0 <= t <= 12$ (t in Minuten). Danach wird der Zufluss geschlossen. Tipp: Die Zuflussrate sagt, wie schnell Wasser kommt. Wie viel Wasser insgesamt gekommen ist, liefert das Integral.

1) Wie groß ist die Zuflussrate nach 5 Minuten? (2 P.) _____

2) Zu welchem Zeitpunkt fließt am meisten Wasser zu? (3 P.) _____

3) Wie groß ist die größte Zuflussrate? (2 P.) _____

4) Wie viele Liter sind nach 12 Minuten im Becken? (3 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

Eine Krankheit haben 1 % der Menschen. Ein Schnelltest zeigt bei Kranken mit 98 % Wahrscheinlichkeit „positiv“. Bei Gesunden zeigt er mit 97 % Wahrscheinlichkeit richtig „negativ“. Eine zufällig ausgewählte Person wird getestet. Tipp: Zeichne ein Baumdiagramm (erst krank/gesund, dann positiv/negativ) und rechne mit Dezimalzahlen.

1) Berechne *P*(positiv) (auf 4 Stellen runden). (3 P.) _____

2) Der Test ist positiv. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Person krank? (3 Stellen) (4 P.) _____

3) Der Test ist negativ. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Person gesund? (4 Stellen) (3 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Die Position eines Flugzeugs F1 nach t Minuten ist (0|0|3) + t · (8|4|1), die von Flugzeug F2 ist (56|-7|5) + t · (-6|7|0). Alle Angaben in km, die x3-Achse zeigt nach oben. Tipp: Die Länge des Richtungsvektors ist die Strecke pro Minute. Den kleinsten Abstand findest Du, indem Du den Abstand d(t) der beiden Positionen aufstellst und das Minimum von $d(t)^2$ suchst.

1) Geschwindigkeit von F_1 in km/h (2 P.) _____

2) Steigungswinkel von F_1 gegenüber dem Boden (2 Stellen) (2 P.) _____

3) Wo ist F_1 nach 3 Minuten? (2 P.) _____

4) Nach wie vielen Minuten sind sich die Flugzeuge am nächsten? (2 Stellen) (2 P.) _____

5) Wie groß ist dieser kleinste Abstand? (in km, 2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = -\frac{6}{x^4} + \frac{8}{3}x$

2) $f'(x) = -x^2 + \frac{6}{x^4}$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_1^3 (-3x + 2)dx = -8$

2) $\int_0^2 (-x - 2)dx = -6$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = x^2 + 1$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \geq 0{,}66) = 1 - \Phi(0{,}66) \approx 0{,}2546$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(2 \mid 0 \mid -3) \cdot (3 \mid 6 \mid -6) = 24$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $r(5) = 17{,}5\,\frac{\text{l}}{\text{min}}$

2) $r'(t) = 0{,}5 \cdot (12 - 2t) = 0 \Rightarrow t = 6\,\text{min}$

3) $r(6) = 18\,\frac{\text{l}}{\text{min}}$

4) $\int_0^{12} r(t)\,dt = 0{,}5 \cdot \left[12\frac{t^2}{2} - \frac{t^3}{3}\right]_0^{12} = 144\,\text{l}$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $0{,}01 \cdot 0{,}98 + 0{,}99 \cdot 0{,}03 \approx 0{,}0395$

2) $P_{\text{pos}}(\text{krank}) = \frac{0{,}01 \cdot 0{,}98}{0{,}0395} \approx 0{,}248$

3) $P_{\text{neg}}(\text{gesund}) = \frac{0{,}99 \cdot 0{,}97}{0{,}9605} \approx 0{,}9998$

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $|\vec{u}| = \sqrt{64 + 16 + 1} = 9\,\frac{\text{km}}{\text{min}} \Rightarrow 540\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$

2) $\sin\alpha = \frac{1}{9} \Rightarrow \alpha \approx 6{,}38^\circ$

3) $(0|0|3) + 3 \cdot (8|4|1) = (24|12|6)$

4) $d(t)^2 = |(-56|7| - 2) + t \cdot (14| - 3|1)|^2$ minimal $\Rightarrow t = 3{,}92$ min

5) $d(3{,}92) \approx 5{,}25$ km

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0