Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = -\frac{3}{x^3} - \frac{1}{3}x^3$ _____

2) $f(x) = -x^4 + \frac{5}{x}$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_2^5 (6x + 2)dx =$ _____

2) $\int_2^5 (2x)dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $H(3\,|\,-3)$, $P(2\,|\,-4)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \geq -1{,}92)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) $(0 \mid 2 \mid -2) \cdot (-5 \mid -1 \mid 0) =$ _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

In einer Nährlösung vermehren sich Bakterien. Die Anzahl der Bakterien nach t Stunden beschreibt N(t) = 500 · e^(0,1t). Tipp: Wenn die Unbekannte im Exponenten steht, hilft der natürliche Logarithmus ln – er macht e^(…) rückgängig. Die Ableitung N´(t) gibt an, wie viele Bakterien pro Stunde gerade dazukommen.

1) Wie viele Bakterien sind es nach 4 Stunden? (ganze Zahl) (2 P.) _____

2) Nach wie vielen Stunden hat sich die Anzahl verdoppelt? (2 Stellen) (3 P.) _____

3) Wann sind es zehnmal so viele Bakterien wie am Anfang? (2 Stellen) (2 P.) _____

4) Wie schnell wächst die Kultur nach 4 Stunden? (Bakterien pro Stunde, ganze Zahl) (3 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

In einer Stadt fahren 50 % der Berufstätigen mit dem Rad zur Arbeit (Ereignis R). Von den Radfahrern nutzen 25 % ein E-Bike (Ereignis E). Von denen, die nicht mit dem Rad fahren, besitzen trotzdem 15 % ein E-Bike. Eine berufstätige Person wird zufällig ausgewählt. Tipp: Trage alles in eine Vierfeldertafel ein. Die Zeilen- und Spaltensummen helfen bei P(E).

1) $P(R \cap E)$ (2 P.) _____

2) $P(E)$ (2 P.) _____

3) Die Person hat ein E-Bike. Mit welcher Wahrscheinlichkeit fährt sie mit dem Rad zur Arbeit? (3 Stellen) (3 P.) _____

4) $P(\overline{R} \cap \overline{E})$ (1 P.) _____

5) Sind R und E stochastisch unabhängig? (ja/nein) (2 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Die Position eines Flugzeugs F1 nach t Minuten ist (0|0|3) + t · (12|4|3), die von Flugzeug F2 ist (53|3|8) + t · (-4|3|0). Alle Angaben in km, die x3-Achse zeigt nach oben. Tipp: Die Länge des Richtungsvektors ist die Strecke pro Minute. Den kleinsten Abstand findest Du, indem Du den Abstand d(t) der beiden Positionen aufstellst und das Minimum von $d(t)^2$ suchst.

1) Geschwindigkeit von F_1 in km/h (2 P.) _____

2) Steigungswinkel von F_1 gegenüber dem Boden (2 Stellen) (2 P.) _____

3) Wo ist F_1 nach 5 Minuten? (2 P.) _____

4) Nach wie vielen Minuten sind sich die Flugzeuge am nächsten? (2 Stellen) (2 P.) _____

5) Wie groß ist dieser kleinste Abstand? (in km, 2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = \frac{9}{x^4} - x^2$

2) $f'(x) = -4x^3 - \frac{5}{x^2}$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_2^5 (6x + 2)dx = 69$

2) $\int_2^5 (2x)dx = 21$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = -x^2 + 6x - 12$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \geq -1{,}92) = 1 - \Phi(-1{,}92) \approx 0{,}9726$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(0 \mid 2 \mid -2) \cdot (-5 \mid -1 \mid 0) = -2$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $N(4) = 500 \cdot e^{0{,}4} \approx 746$

2) $500 \cdot e^{0{,}1t} = 1000 \Rightarrow t = \frac{\ln 2}{0{,}1} \approx 6{,}93\,\text{h}$

3) $e^{0{,}1t} = 10 \Rightarrow t = \frac{\ln 10}{0{,}1} \approx 23{,}03\,\text{h}$

4) $N'(t) = 50 \cdot e^{0{,}1t} \Rightarrow N'(4) \approx 75$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $0{,}5 \cdot 0{,}25 = 0{,}125$

2) $0{,}125 + 0{,}5 \cdot 0{,}15 = 0{,}2$

3) $P_E(R) = \frac{P(R \cap E)}{P(E)} = \frac{0{,}125}{0{,}2} \approx 0{,}625$

4) $0{,}5 \cdot 0{,}85 = 0{,}425$

5) $P(R) \cdot P(E) = 0{,}5 \cdot 0{,}2 = 0{,}1 \neq 0{,}125 = P(R \cap E) \Rightarrow$ nein

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $|\vec{u}| = \sqrt{144 + 16 + 9} = 13\,\frac{\text{km}}{\text{min}} \Rightarrow 780\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$

2) $\sin\alpha = \frac{3}{13} \Rightarrow \alpha \approx 13{,}34^\circ$

3) $(0|0|3) + 5 \cdot (12|4|3) = (60|20|18)$

4) $d(t)^2 = |(-53| - 3| - 5) + t \cdot (16|1|3)|^2$ minimal $\Rightarrow t = 3{,}26\,\text{min}$

5) $d(3{,}26) \approx 4{,}86\,\text{km}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0