# Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

## Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = \frac{3}{x^3} - \frac{2}{3}x^2$ _____

2) $f(x) = 5\sqrt{x} - \frac{3}{2}x^2$ _____

## Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_1^2 (5x + 4)dx =$ _____

2) $\int_0^3 (2x)dx =$ _____

## Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $H(-2\,|\,-5)$, $P(-3\,|\,-6)$ _____

## Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \leq 1{,}84)$ _____

## Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

**1)** $(1 \mid 3 \mid 0) \cdot (2 \mid -3 \mid 3) =$ _____

## Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

Gegeben ist die Funktionenschar $f_a(x) = 2 \cdot (x^3 - 3a \cdot x^2) + 2$ mit $a > 0$. Tipp: Der Parameter a ist eine feste Zahl, die Du nur nicht kennst – leite ab wie gewohnt. Für die Ortskurve stellst Du $x_T = \ldots$ nach a um und setzt in $y_T$ ein.

**1)** x-Koordinate des Tiefpunkts (Term mit a) (2 P.) _____

**2)** y-Koordinate des Tiefpunkts (Term mit a) (2 P.) _____

**3)** Gleichung der Ortskurve aller Tiefpunkte (3 P.) _____

**4)** Für welches a liegt der Tiefpunkt auf der Höhe $y = -62$? (3 P.) _____

## Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

In einer Stadt fahren 40 % der Berufstätigen mit dem Rad zur Arbeit (Ereignis R). Von den Radfahrern nutzen 20 % ein E-Bike (Ereignis E). Von denen, die nicht mit dem Rad fahren, besitzen trotzdem 5 % ein E-Bike. Eine berufstätige Person wird zufällig ausgewählt. Tipp: Trage alles in eine Vierfeldertafel ein. Die Zeilen- und Spaltensummen helfen bei P(E).

**1)** $P(R \cap E)$ (2 P.) _____

**2)** $P(E)$ (2 P.) _____

**3)** Die Person hat ein E-Bike. Mit welcher Wahrscheinlichkeit fährt sie mit dem Rad zur Arbeit? (3 Stellen) (3 P.) _____

**4)** $P(\overline{R} \cap \overline{E})$ (1 P.) _____

**5)** Sind R und E stochastisch unabhängig? (ja/nein) (2 P.) _____

## Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Die Position eines Flugzeugs F1 nach t Minuten ist (0|0|2) + t · (9|6|2), die von Flugzeug F2 ist (50|5|7) + t · (-8|7|0). Alle Angaben in km, die x3-Achse zeigt nach oben. Tipp: Die Länge des Richtungsvektors ist die Strecke pro Minute. Den kleinsten Abstand findest Du, indem Du den Abstand d(t) der beiden Positionen aufstellst und das Minimum von $d(t)^2$ suchst.

**1)** Geschwindigkeit von $F_1$ in km/h (2 P.) _____

**2)** Steigungswinkel von $F_1$ gegenüber dem Boden (2 Stellen) (2 P.) _____

**3)** Wo ist $F_1$ nach 3 Minuten? (2 P.) _____

**4)** Nach wie vielen Minuten sind sich die Flugzeuge am nächsten? (2 Stellen) (2 P.) _____

**5)** Wie groß ist dieser kleinste Abstand? (in km, 2 Stellen) (2 P.) _____

# Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

## Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

**1)** $f'(x) = -\frac{9}{x^4} - \frac{4}{3}x$

**2)** $f'(x) = \frac{5}{2\sqrt{x}} - 3x$

## Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

**1)** $\int_1^2 (5x + 4)dx = \frac{23}{2}$

**2)** $\int_0^3 (2x)dx = 9$

## Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

**1)** $f(x) = -x^2 - 4x - 9$

## Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

**1)** $P(Z \leq 1{,}84) = \Phi(1{,}84) \approx 0{,}9671$

## Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

**1)** $(1 \mid 3 \mid 0) \cdot (2 \mid -3 \mid 3) = -7$

## Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

**1)** $f_a'(x) = 6x^2 - 12ax = 6x(x - 2a) = 0, \quad f_a''(2a) = 12a > 0 \Rightarrow x_T = 2a$

**2)** $f_a(2a) = 2(8a^3 - 12a^3) + 2 = -8a^3 + 2$

**3)** $x = 2a \Rightarrow a = \frac{x}{2} \Rightarrow y = -8\left(\frac{x}{2}\right)^3 + 2 = -x^3 + 2$

**4)** $-8a^3 + 2 = -62 \Rightarrow a^3 = 8 \Rightarrow a = 2$

## Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

**1)** $0{,}4 \cdot 0{,}2 = 0{,}08$

**2)** $0{,}08 + 0{,}6 \cdot 0{,}05 = 0{,}11$

**3)** $P_E(R) = \frac{P(R \cap E)}{P(E)} = \frac{0{,}08}{0{,}11} \approx 0{,}727$

**4)** $0{,}6 \cdot 0{,}95 = 0{,}57$

**5)** $P(R) \cdot P(E) = 0{,}4 \cdot 0{,}11 = 0{,}044 \neq 0{,}08 = P(R \cap E) \Rightarrow$ nein

## Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

**1)** $|\vec{u}| = \sqrt{81 + 36 + 4} = 11\,\frac{\text{km}}{\text{min}} \Rightarrow 660\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$

**2)** $\sin\alpha = \frac{2}{11} \Rightarrow \alpha \approx 10{,}48^\circ$

**3)** $(0|0|2) + 3 \cdot (9|6|2) = (27|18|8)$

**4)** $d(t)^2 = |(-50| - 5| - 5) + t \cdot (17| - 1|2)|^2$ minimal $\Rightarrow t = 2{,}91$ min

**5)** $d(2{,}91) \approx 7{,}97$ km

### Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

| 15 P. | 14 P. | 13 P. | 12 P. | 11 P. | 10 P. | 9 P. | 8 P. | 7 P. | 6 P. | 5 P. | 4 P. | 3 P. | 2 P. | 1 P. | 0 P. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ab 50 | ab 47 | ab 45 | ab 42 | ab 39 | ab 37 | ab 34 | ab 32 | ab 29 | ab 26 | ab 24 | ab 21 | ab 18 | ab 15 | ab 11 | ab 0 |