# Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

## Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - \frac{5}{x}$ _____

2) $f(x) = \frac{2}{x^3} - \frac{1}{5}x^2$ _____

## Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_0^3 (4x - 4)\,dx =$ _____

2) $\int_1^4 (5x^2 - 2x + 6)\,dx =$ _____

## Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $H(-2\,|\,3)$, $P(-1\,|\,1)$ _____

## Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \le 1{,}62)$ _____

## Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

**1)** $(-5 \mid -2 \mid 2) \cdot (0 \mid 6 \mid -4) =$ _____

## Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^3 + 3x^2 + 2$. Ihr Graph heißt G. Diese Aufgabe ist ohne Taschenrechner lösbar. Tipp: Extrempunkte: $f'(x) = 0$ lösen und mit $f''$ prüfen. Wendepunkt: $f''(x) = 0$. Die Wendetangente hat die Steigung $m = f'(x_W)$.

**1)** Schnittpunkt von G mit der y-Achse (1 P.) _____

**2)** Hoch- und Tiefpunkt von G (Schreibweise: H(…|…); T(…|…)) (4 P.) _____

**3)** Wendepunkt von G (2 P.) _____

**4)** Gleichung der Wendetangente (3 P.) _____

## Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

Ein Glücksrad bleibt mit der Wahrscheinlichkeit 0,4 auf „Gewinn“ stehen. Es wird 10-mal gedreht. Die Zufallsgröße X zählt, wie oft „Gewinn“ kommt. Weil sich die Wahrscheinlichkeit bei jedem Drehen nicht ändert, ist X binomialverteilt mit n = 10 und p = 0,4. Tipp: „mindestens einmal“ rechnest Du am leichtesten über das Gegenereignis „keinmal“.

**1)** Berechne $P(X = 2)$ (auf 4 Stellen runden). (3 P.) _____

**2)** Berechne den Erwartungswert $E(X)$. (2 P.) _____

**3)** Berechne $P(X \geq 1)$ (auf 4 Stellen runden). (2 P.) _____

**4)** Wie oft muss man mindestens drehen, damit $P(X \geq 1) \geq 0{,}9$ gilt? (3 P.) _____

## Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Ein dreieckiges Sonnensegel ist an den Punkten A(8|0|0), B(0|4|0) und C(0|0|8) befestigt (Angaben in Metern). Der Boden ist die x-y-Ebene, der Ursprung O ist die Hausecke. Tipp: Den Normalenvektor des Segels bekommst Du mit dem Kreuzprodukt AB × AC. Der Winkel zum Boden ist der Winkel zwischen diesem Normalenvektor und der z-Achse.

**1)** Wie groß ist die Fläche des Segels? (in $m^2$, 2 Stellen) (3 P.) _____

**2)** Unter welchem Winkel ist das Segel gegen den Boden geneigt? (2 Stellen) (3 P.) _____

**3)** Ein senkrechter Mast steht in $P(2|2|0)$. In welchem Punkt trifft er das Segel? (2 P.) _____

**4)** Wie weit ist die Hausecke $O$ vom Segel entfernt? (2 Stellen) (2 P.) _____

# Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

## Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = 3x + \frac{5}{x^2}$

2) $f'(x) = -\frac{6}{x^4} - \frac{2}{5}x$

## Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_0^3 (4x - 4)dx = 6$

2) $\int_1^4 (5x^2 - 2x + 6)dx = 108$

## Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = -2x^2 - 8x - 5$

## Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \le 1{,}62) = \Phi(1{,}62) \approx 0{,}9474$

## Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(-5 \mid -2 \mid 2) \cdot (0 \mid 6 \mid -4) = -20$

## Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $f(0) = 2 \Rightarrow S_y(0 \mid 2)$

2) $f'(x) = 3x^2 + 6x = 3(x + 2)x = 0, \quad f''(-2) < 0,\ f''(0) > 0 \Rightarrow H(-2 \mid 6),\ T(0 \mid 2)$

3) $f''(x) = 6x + 6 = 0 \Rightarrow W(-1 \mid 4)$

4) $m = f'(-1) = -3 \Rightarrow t(x) = -3x + 1$

## Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $P(X = 2) = \binom{10}{2} \cdot 0{,}4^2 \cdot 0{,}6^8 \approx 0{,}1209$

2) $E(X) = n \cdot p = 10 \cdot 0{,}4 = 4$

3) $P(X \ge 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0{,}6^{10} \approx 0{,}994$

4) $1 - 0{,}6^m \ge 0{,}9 \Rightarrow m \ge \frac{\ln 0{,}1}{\ln 0{,}6} \approx 4{,}508 \Rightarrow m = 5$

## Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

**1)** $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 32 \\ 64 \\ 32 \end{pmatrix}$, $A = \frac{1}{2}\sqrt{6144} \approx 39{,}19\,\text{m}^2$

**2)** $\cos\alpha = \frac{32}{\sqrt{6144}} \Rightarrow \alpha \approx 65{,}91^\circ$

**3)** $\frac{x}{8} + \frac{y}{4} + \frac{z}{8} = 1$ mit $x = 2,\ y = 2 \Rightarrow S(2 \mid 2 \mid 2)$

**4)** $d = \frac{|32 \cdot 0 + 64 \cdot 0 + 32 \cdot 0 - 256|}{\sqrt{6144}} \approx 3{,}27\,\text{m}$

### Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

| 15 P. | 14 P. | 13 P. | 12 P. | 11 P. | 10 P. | 9 P. | 8 P. | 7 P. | 6 P. | 5 P. | 4 P. | 3 P. | 2 P. | 1 P. | 0 P. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ab 50 | ab 47 | ab 45 | ab 42 | ab 39 | ab 37 | ab 34 | ab 32 | ab 29 | ab 26 | ab 24 | ab 21 | ab 18 | ab 15 | ab 11 | ab 0 |