Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = -5\sqrt{x} - x^2$ _____

2) $f(x) = -x^4 - 3\sqrt{x}$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_0^2 (-3x^2)\,dx =$ _____

2) $\int_1^3 (2x)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $T(0\,|\,-4)$, $P(1\,|\,-3)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \le 2{,}42)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) (–3 | –6 | 6) · (3 | 2 | –5) = _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

In ein leeres Becken läuft Wasser. Die Zuflussrate in Litern pro Minute beträgt r(t) = 0,5 · t · (10 – t) für 0 <= t <= 10 (t in Minuten). Danach wird der Zufluss geschlossen. Tipp: Die Zuflussrate sagt, wie schnell Wasser kommt. Wie viel Wasser insgesamt gekommen ist, liefert das Integral.

1) Wie groß ist die Zuflussrate nach 2 Minuten? (2 P.) _____

2) Zu welchem Zeitpunkt fließt am meisten Wasser zu? (3 P.) _____

3) Wie groß ist die größte Zuflussrate? (2 P.) _____

4) Wie viele Liter sind nach 10 Minuten im Becken? (3 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

Eine Anlage füllt Saft in Flaschen. Die Füllmenge X (in ml) ist normalverteilt mit dem Erwartungswert my = 500 ml und der Standardabweichung sigma = 4 ml. Tipp: Standardisiere mit z = (x – my) : sigma und lies ?(z) in der Tabelle oder mit dem Taschenrechner ab. Für „mehr als“ rechnest Du 1 – ?(z). Werte aus der Tabelle dürfen etwas abweichen.

1) Wahrscheinlichkeit, dass eine Flasche weniger als 492 ml enthält (3 Stellen) (2 P.) _____

2) Wahrscheinlichkeit, dass die Füllmenge höchstens 6 ml von μ abweicht (3 Stellen) (2 P.) _____

3) Wie viele von 1000 Flaschen enthalten voraussichtlich weniger als 492 ml? (ganze Zahl) (2 P.) _____

4) Ab welcher Füllmenge gehört eine Flasche zu den 5\,\% vollsten? (1 Stelle) (2 P.) _____

5) Auf welchen Wert muss σ sinken, damit nur 1\,\% der Flaschen weniger als 492 ml enthalten? (2 Stellen) (2 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Die Position eines Flugzeugs F1 nach t Minuten ist (0|0|3) + t · (8|4|1), die von Flugzeug F2 ist (48|0|5) + t · (-4|3|0). Alle Angaben in km, die x3-Achse zeigt nach oben. Tipp: Die Länge des Richtungsvektors ist die Strecke pro Minute. Den kleinsten Abstand findest Du, indem Du den Abstand d(t) der beiden Positionen aufstellst und das Minimum von $d(t)^2$ suchst.

1) Geschwindigkeit von F_1 in km/h (2 P.) _____

2) Steigungswinkel von F_1 gegenüber dem Boden (2 Stellen) (2 P.) _____

3) Wo ist F_1 nach 5 Minuten? (2 P.) _____

4) Nach wie vielen Minuten sind sich die Flugzeuge am nächsten? (2 Stellen) (2 P.) _____

5) Wie groß ist dieser kleinste Abstand? (in km, 2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = -\frac{5}{2\sqrt{x}} - 2x$

2) $f'(x) = -4x^3 - \frac{3}{2\sqrt{x}}$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_0^2 (-3x^2)\,dx = -8$

2) $\int_1^3 (2x)\,dx = 8$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = x^2 - 4$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \le 2{,}42) = \Phi(2{,}42) \approx 0{,}9922$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(-3 \mid -6 \mid 6) \cdot (3 \mid 2 \mid -5) = -51$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $r(2) = 8\,\frac{\text{l}}{\text{min}}$

2) $r'(t) = 0{,}5 \cdot (10 - 2t) = 0 \;\Rightarrow\; t = 5\,\text{min}$

3) $r(5) = 12{,}5\,\frac{\text{l}}{\text{min}}$

4) $\int_0^{10} r(t)\,dt = 0{,}5 \cdot \left[10\frac{t^2}{2} - \frac{t^3}{3}\right]_0^{10} = 83{,}33\,\text{l}$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $P(X < 492) = \Phi\left(\frac{492-500}{4}\right) = \Phi(-2) \approx 0{,}023$

2) $P(494 \le X \le 506) = 2\,\Phi(1{,}5) - 1 \approx 0{,}866$

3) $1000 \cdot 0{,}0228 \approx 23$

4) $P(X \ge c) = 0{,}05 \;\Rightarrow\; \Phi\left(\frac{c-500}{4}\right) = 0{,}95 \;\Rightarrow\; \frac{c-500}{4} \approx 1{,}645 \;\Rightarrow\; c \approx 506{,}6\,\text{ml}$

5) $\Phi\left(\frac{-8}{\sigma}\right) = 0{,}01 \Rightarrow \frac{8}{\sigma} \approx 2{,}326 \Rightarrow \sigma \approx 3{,}44\,\text{ml}$

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $|\vec{u}| = \sqrt{64 + 16 + 1} = 9\,\frac{\text{km}}{\text{min}} \Rightarrow 540\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$

2) $\sin\alpha = \frac{1}{9} \Rightarrow \alpha \approx 6{,}38^\circ$

3) $(0|0|3) + 5 \cdot (8|4|1) = (40|20|8)$

4) $d(t)^2 = |(-48|0| - 2) + t \cdot (12|1|1)|^2$ minimal $\Rightarrow t = 3{,}96\,\text{min}$

5) $d(3{,}96) \approx 4{,}44\,\text{km}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0