Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = -\frac{5}{x} + \frac{5}{2}x^2$ _____

2) $f(x) = \frac{4}{5}x^4 - \frac{3}{x}$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_2^3 (6x - 4)\,dx =$ _____

2) $\int_1^2 (3x)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $H(3\,|\,5)$, $P(1\,|\,-3)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \le -1{,}93)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) $(-2 \mid -2 \mid 0) \cdot (-5 \mid -2 \mid 1) =$ _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

Gegeben ist f(x) = (x + 2) · e^(–x). Es gilt f´(x) = (–x – 1) · e^(–x) und f´´(x) = x · e^(–x). Eine Stammfunktion ist F(x) = –(x + 3) · e^(–x). Tipp: e^(–x) ist nie 0 – eine Gleichung wie (…) · e^(–x) = 0 löst Du, indem Du nur die Klammer gleich 0 setzt.

1) Nullstelle von f (1 P.) _____

2) Hochpunkt (y-Wert auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

3) Wendepunkt (y-Wert auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

4) Fläche zwischen G und der x-Achse für $-2 \le x \le 0$ (2 Stellen) (3 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

Eine Krankheit haben 2 % der Menschen. Ein Schnelltest zeigt bei Kranken mit 95 % Wahrscheinlichkeit „positiv“. Bei Gesunden zeigt er mit 97 % Wahrscheinlichkeit richtig „negativ“. Eine zufällig ausgewählte Person wird getestet. Tipp: Zeichne ein Baumdiagramm (erst krank/gesund, dann positiv/negativ) und rechne mit Dezimalzahlen.

1) Berechne *P*(positiv) (auf 4 Stellen runden). (3 P.) _____

2) Der Test ist positiv. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Person krank? (3 Stellen) (4 P.) _____

3) Der Test ist negativ. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Person gesund? (4 Stellen) (3 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Die Position eines Flugzeugs F1 nach t Minuten ist (0|0|1) + t · (8|4|1), die von Flugzeug F2 ist (53|-5|9) + t · (-8|4|0). Alle Angaben in km, die x3-Achse zeigt nach oben. Tipp: Die Länge des Richtungsvektors ist die Strecke pro Minute. Den kleinsten Abstand findest Du, indem Du den Abstand d(t) der beiden Positionen aufstellst und das Minimum von $d(t)^2$ suchst.

1) Geschwindigkeit von F_1 in km/h (2 P.) _____

2) Steigungswinkel von F_1 gegenüber dem Boden (2 Stellen) (2 P.) _____

3) Wo ist F_1 nach 2 Minuten? (2 P.) _____

4) Nach wie vielen Minuten sind sich die Flugzeuge am nächsten? (2 Stellen) (2 P.) _____

5) Wie groß ist dieser kleinste Abstand? (in km, 2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = \frac{5}{x^2} + 5x$

2) $f'(x) = \frac{16}{5}x^3 + \frac{3}{x^2}$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_2^3 (6x - 4)dx = 11$

2) $\int_1^2 (3x)dx = \frac{9}{2}$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = -2x^2 + 12x - 13$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \leq -1{,}93) = \Phi(-1{,}93) \approx 0{,}0268$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(-2 \mid -2 \mid 0) \cdot (-5 \mid -2 \mid 1) = 14$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $(x + 2) \cdot e^{-x} = 0 \Rightarrow x = -2$

2) $f'(x) = 0 \Rightarrow x = -1, \quad f(-1) = e^1 \approx 2{,}72 \Rightarrow H(-1 \mid 2{,}72)$

3) $f'(x) = 0 \Rightarrow x = 0, \quad f(0) = 2e^0 \approx 2 \Rightarrow W(0 \mid 2)$

4) $A = \int_{-2}^{0} f(x)\,dx = F(0) - F(-2) = -3 + e^2 \approx 4{,}39$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $0{,}02 \cdot 0{,}95 + 0{,}98 \cdot 0{,}03 \approx 0{,}0484$

2) $P_{pos}(\text{krank}) = \frac{0{,}02 \cdot 0{,}95}{0{,}0484} \approx 0{,}393$

3) $P_{neg}(\text{gesund}) = \frac{0{,}98 \cdot 0{,}97}{0{,}9516} \approx 0{,}9989$

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $|\vec{u}| = \sqrt{64 + 16 + 1} = 9\,\frac{\text{km}}{\text{min}} \Rightarrow 540\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$

2) $\sin\alpha = \frac{1}{9} \Rightarrow \alpha \approx 6{,}38^\circ$

3) $(0|0|1) + 2 \cdot (8|4|1) = (16|8|3)$

4) $d(t)^2 = |(-53|5| - 8) + t \cdot (16|0|1)|^2$ minimal $\Rightarrow t = 3{,}33\,\text{min}$

5) $d(3{,}33) \approx 6{,}85\,\text{km}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0