Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = -\frac{4}{x} - \frac{1}{5}x^3$ _____

2) $f(x) = -x^4 - \frac{3}{x^2}$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_0^2 (-4x)\,dx =$ _____

2) $\int_0^2 (6x - 6)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $H(1 \mid -2)$, $P(4 \mid -11)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \leq 0{,}02)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) $(-4 \mid -1 \mid 4) \cdot (2 \mid 1 \mid -1) =$ _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

Ein Federball wird geschlagen. Seine Flugbahn beschreibt $h(x) = -0{,}08x^2 + 0{,}48x + 2$. Dabei ist x die waagerechte Entfernung vom Abschlagpunkt und h(x) die Höhe über dem Boden (beides in Metern). Das Netz ist 1,55 m hoch und steht bei x = 5. Tipp: Der Auftreffwinkel ist der Winkel zwischen Flugbahn und Boden. Du bekommst ihn über die Steigung: tan(alpha) = |h´(x)|.

1) Höchster Punkt der Flugbahn (x und Höhe) (3 P.) _____

2) Wie hoch fliegt der Ball über das Netz hinweg? (in m, 2 Stellen) (2 P.) _____

3) In welcher Entfernung trifft der Ball auf den Boden? (2 Stellen) (3 P.) _____

4) Unter welchem Winkel trifft der Ball auf? (2 Stellen) (2 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

Die Bürgermeisterin behauptet: Mindestens 60 % der Bürger sind für den neuen Radweg. Eine Zeitung befragt 100 zufällig ausgewählte Bürger. X ist die Anzahl der Befürworter. Getestet wird H0: p >= 0,6 auf dem Signifikanzniveau 5 %. Sind es auffällig wenige Befürworter, wird H0 abgelehnt. Tipp: Rechne mit p = 0,6 und suche das größte k mit P(X <= k) <= 0,05. Beim Fehler 2. Art behält man H0, obwohl sie falsch ist.

1) Erwartungswert von X, wenn die Bürgermeisterin genau recht hat (1 P.) _____

2) Bis zu wie vielen Befürwortern wird H_0 abgelehnt? (4 P.) _____

3) Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art (4 Stellen) (2 P.) _____

4) In Wahrheit sind nur 50\,\% dafür. Wie groß ist der Fehler 2. Art? (4 Stellen) (3 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Die Position eines Flugzeugs F1 nach t Minuten ist (0|0|2) + t · (8|4|1), die von Flugzeug F2 ist (55|-8|5) + t · (-6|4|0). Alle Angaben in km, die x3-Achse zeigt nach oben. Tipp: Die Länge des Richtungsvektors ist die Strecke pro Minute. Den kleinsten Abstand findest Du, indem Du den Abstand d(t) der beiden Positionen aufstellst und das Minimum von $d(t)^2$ suchst.

1) Geschwindigkeit von F_1 in km/h (2 P.) _____

2) Steigungswinkel von F_1 gegenüber dem Boden (2 Stellen) (2 P.) _____

3) Wo ist F_1 nach 3 Minuten? (2 P.) _____

4) Nach wie vielen Minuten sind sich die Flugzeuge am nächsten? (2 Stellen) (2 P.) _____

5) Wie groß ist dieser kleinste Abstand? (in km, 2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = \frac{4}{x^2} - \frac{3}{5}x^2$

2) $f'(x) = -4x^3 + \frac{6}{x^3}$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_0^2 (-4x)dx = -8$

2) $\int_0^2 (6x - 6)dx = 0$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = -x^2 + 2x - 3$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \le 0{,}02) = \Phi(0{,}02) \approx 0{,}508$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(-4 \mid -1 \mid 4) \cdot (2 \mid 1 \mid -1) = -13$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $h'(x) = -0{,}16x + 0{,}48 = 0 \Rightarrow x = 3, \quad h(3) = 2{,}72 \Rightarrow (3 \mid 2{,}72)$

2) $h(5) - 1{,}55 = 2{,}4 - 1{,}55 = 0{,}85$

3) $h(x) = 0 \Rightarrow x \approx 8{,}83\,\text{m}$ (die negative Lösung passt nicht)

4) $\tan\alpha = |h'(8{,}83)| \approx 0{,}933 \Rightarrow \alpha \approx 43{,}01^\circ$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $E(X) = 100 \cdot 0{,}6 = 60$

2) $P(X \le 51) \approx 0{,}0423 \le 0{,}05, \quad P(X \le 52) \approx 0{,}0638 > 0{,}05 \Rightarrow \overline{A} = \{0, \ldots, 51\}$

3) $\alpha = P(X \le 51) \approx 0{,}0423$

4) $\beta = P_{p=0{,}5}(X \ge 52) = 1 - P(X \le 51) \approx 0{,}3822$

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $|\vec{u}| = \sqrt{64 + 16 + 1} = 9\,\frac{\text{km}}{\text{min}} \Rightarrow 540\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$

2) $\sin\alpha = \frac{1}{9} \Rightarrow \alpha \approx 6{,}38^\circ$

3) $(0|0|2) + 3 \cdot (8|4|1) = (24|12|5)$

4) $d(t)^2 = |(-55|8| - 3) + t \cdot (14|0|1)|^2$ minimal $\Rightarrow t = 3{,}92$ min

5) $d(3{,}92) \approx 8{,}05$ km

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0