Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = -\frac{4}{x^3} - x^3$ _____

2) $f(x) = -\frac{5}{4}x^4 - \frac{1}{x}$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_1^2 (3x^2 + 5x)\,dx =$ _____

2) $\int_2^3 (-3x^2)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $P_1(0\,|\,1)$, $P_2(1\,|\,2)$, $P_3(2\,|\,1)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \le -0{,}79)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) $(5 \mid 2 \mid 4) \cdot (0 \mid 2 \mid 6) =$ _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

In einer Nährlösung vermehren sich Bakterien. Die Anzahl der Bakterien nach t Stunden beschreibt N(t) = 500 · e^(0,2t). Tipp: Wenn die Unbekannte im Exponenten steht, hilft der natürliche Logarithmus ln – er macht e^(…) rückgängig. Die Ableitung N´(t) gibt an, wie viele Bakterien pro Stunde gerade dazukommen.

1) Wie viele Bakterien sind es nach 4 Stunden? (ganze Zahl) (2 P.) _____

2) Nach wie vielen Stunden hat sich die Anzahl verdoppelt? (2 Stellen) (3 P.) _____

3) Wann sind es zehnmal so viele Bakterien wie am Anfang? (2 Stellen) (2 P.) _____

4) Wie schnell wächst die Kultur nach 4 Stunden? (Bakterien pro Stunde, ganze Zahl) (3 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

In einer Stadt fahren 60 % der Berufstätigen mit dem Rad zur Arbeit (Ereignis R). Von den Radfahrern nutzen 30 % ein E-Bike (Ereignis E). Von denen, die nicht mit dem Rad fahren, besitzen trotzdem 10 % ein E-Bike. Eine berufstätige Person wird zufällig ausgewählt. Tipp: Trage alles in eine Vierfeldertafel ein. Die Zeilen- und Spaltensummen helfen bei P(E).

1) $P(R \cap E)$ (2 P.) _____

2) $P(E)$ (2 P.) _____

3) Die Person hat ein E-Bike. Mit welcher Wahrscheinlichkeit fährt sie mit dem Rad zur Arbeit? (3 Stellen) (3 P.) _____

4) $P(\overline{R} \cap \overline{E})$ (1 P.) _____

5) Sind R und E stochastisch unabhängig? (ja/nein) (2 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Ein Zelt hat die Form einer Pyramide mit quadratischem Boden ABCD und Spitze S: A(0|0|0), B(4|0|0), C(4|4|0), D(0|4|0) und S(2|2|3). Eine Längeneinheit ist 1 m. Tipp: Eine Kante ist ein Vektor – ihre Länge ist sein Betrag.

1) Wie lang ist die Kante $\overline{AS}$? (auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

2) Wie groß ist das Volumen des Zelts? (2 P.) _____

3) Neigungswinkel der Kante *AS* gegen den Boden (auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

4) Mittelpunkt *M* der Kante *BS* (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = \frac{12}{x^4} - 3x^2$

2) $f'(x) = -5x^3 + \frac{1}{x^2}$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_1^2 (3x^2 + 5x)\,dx = \frac{29}{2}$

2) $\int_2^3 (-3x^2)\,dx = -19$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = -x^2 + 2x + 1$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \le -0{,}79) = \Phi(-0{,}79) \approx 0{,}2148$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(5 \mid 2 \mid 4) \cdot (0 \mid 2 \mid 6) = 28$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $N(4) = 500 \cdot e^{0{,}8} \approx 1113$

2) $500 \cdot e^{0{,}2t} = 1000 \Rightarrow t = \frac{\ln 2}{0{,}2} \approx 3{,}47\,\text{h}$

3) $e^{0{,}2t} = 10 \Rightarrow t = \frac{\ln 10}{0{,}2} \approx 11{,}51\,\text{h}$

4) $N'(t) = 100 \cdot e^{0{,}2t} \Rightarrow N'(4) \approx 223$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $0{,}6 \cdot 0{,}3 = 0{,}18$

2) $0{,}18 + 0{,}4 \cdot 0{,}1 = 0{,}22$

3) $P_E(R) = \frac{P(R \cap E)}{P(E)} = \frac{0{,}18}{0{,}22} \approx 0{,}818$

4) $0{,}4 \cdot 0{,}9 = 0{,}36$

5) $P(R) \cdot P(E) = 0{,}6 \cdot 0{,}22 = 0{,}132 \neq 0{,}18 = P(R \cap E) \Rightarrow$ nein

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $|\overrightarrow{AS}| = \sqrt{2^2 + 2^2 + 3^2} = \sqrt{17} \approx 4{,}12\,\text{m}$

2) $V = \frac{1}{3} \cdot 4^2 \cdot 3 = 16\,\text{m}^3$

3) $\sin\alpha = \frac{3}{\sqrt{17}} \Rightarrow \alpha \approx 46{,}69^\circ$

4) $M\left(\frac{4+2}{2} \mid \frac{0+2}{2} \mid \frac{0+3}{2}\right) = M(3 \mid 1 \mid 1{,}5)$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0