Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = \frac{6}{x^2} - \frac{2}{5}x^3$ _____

2) $f(x) = \frac{6}{x^3} - \frac{1}{4}x^3$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_{2}^{5} (-5x^2)\,dx =$ _____

2) $\int_{1}^{3} (-2x)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $T(-1\,|\,-3)$, $P(2\,|\,6)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \le -2{,}42)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) $(0 \mid 5 \mid 0) \cdot (6 \mid -3 \mid -2) =$ _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

In ein leeres Becken läuft Wasser. Die Zuflussrate in Litern pro Minute beträgt $r(t) = 0{,}5 \cdot t \cdot (12 - t)$ für $0 <= t <= 12$ (t in Minuten). Danach wird der Zufluss geschlossen. Tipp: Die Zuflussrate sagt, wie schnell Wasser kommt. Wie viel Wasser insgesamt gekommen ist, liefert das Integral.

1) Wie groß ist die Zuflussrate nach 5 Minuten? (2 P.) _____

2) Zu welchem Zeitpunkt fließt am meisten Wasser zu? (3 P.) _____

3) Wie groß ist die größte Zuflussrate? (2 P.) _____

4) Wie viele Liter sind nach 12 Minuten im Becken? (3 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

Eine Krankheit haben 2 % der Menschen. Ein Schnelltest zeigt bei Kranken mit 98 % Wahrscheinlichkeit „positiv“. Bei Gesunden zeigt er mit 95 % Wahrscheinlichkeit richtig „negativ“. Eine zufällig ausgewählte Person wird getestet. Tipp: Zeichne ein Baumdiagramm (erst krank/gesund, dann positiv/negativ) und rechne mit Dezimalzahlen.

1) Berechne *P*(positiv) (auf 4 Stellen runden). (3 P.) _____

2) Der Test ist positiv. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Person krank? (3 Stellen) (4 P.) _____

3) Der Test ist negativ. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Person gesund? (4 Stellen) (3 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Ein dreieckiges Sonnensegel ist an den Punkten A(12|0|0), B(0|12|0) und C(0|0|8) befestigt (Angaben in Metern). Der Boden ist die x-y-Ebene, der Ursprung O ist die Hausecke. Tipp: Den Normalenvektor des Segels bekommst Du mit dem Kreuzprodukt AB × AC. Der Winkel zum Boden ist der Winkel zwischen diesem Normalenvektor und der z-Achse.

1) Wie groß ist die Fläche des Segels? (in m^2, 2 Stellen) (3 P.) _____

2) Unter welchem Winkel ist das Segel gegen den Boden geneigt? (2 Stellen) (3 P.) _____

3) Ein senkrechter Mast steht in $P(6|3|0)$. In welchem Punkt trifft er das Segel? (2 P.) _____

4) Wie weit ist die Hausecke O vom Segel entfernt? (2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = -\frac{12}{x^3} - \frac{6}{5}x^2$

2) $f'(x) = -\frac{18}{x^4} - \frac{3}{4}x^2$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_2^5 (-5x^2)\,dx = -195$

2) $\int_1^3 (-2x)\,dx = -8$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = x^2 + 2x - 2$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \le -2{,}42) = \Phi(-2{,}42) \approx 0{,}0078$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(0 \mid 5 \mid 0) \cdot (6 \mid -3 \mid -2) = -15$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $r(5) = 17{,}5\,\frac{\text{l}}{\text{min}}$

2) $r'(t) = 0{,}5 \cdot (12 - 2t) = 0 \;\Rightarrow\; t = 6\,\text{min}$

3) $r(6) = 18\,\frac{\text{l}}{\text{min}}$

4) $\int_0^{12} r(t)\,dt = 0{,}5 \cdot \left[12\frac{t^2}{2} - \frac{t^3}{3}\right]_0^{12} = 144\,\text{l}$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $0{,}02 \cdot 0{,}98 + 0{,}98 \cdot 0{,}05 \approx 0{,}0686$

2) $P_{\text{pos}}(\text{krank}) = \frac{0{,}02 \cdot 0{,}98}{0{,}0686} \approx 0{,}286$

3) $P_{\text{neg}}(\text{gesund}) = \frac{0{,}98 \cdot 0{,}95}{0{,}9314} \approx 0{,}9996$

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 96 \\ 96 \\ 144 \end{pmatrix}$, $A = \frac{1}{2}\sqrt{39168} \approx 98{,}95\,\text{m}^2$

2) $\cos\alpha = \frac{144}{\sqrt{39168}} \Rightarrow \alpha \approx 43{,}31^\circ$

3) $\frac{x}{12} + \frac{y}{12} + \frac{z}{8} = 1$ mit $x = 6,\ y = 3 \Rightarrow S(6 \mid 3 \mid 2)$

4) $d = \frac{|96 \cdot 0 + 96 \cdot 0 + 144 \cdot 0 - 1152|}{\sqrt{39168}} \approx 5{,}82\,\text{m}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0