# Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

## Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = -\frac{2}{5}x^2 - \frac{2}{x}$ _____

2) $f(x) = 2x^2 - \frac{1}{x^2}$ _____

## Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_2^4 (-5x^2 + x + 3)\,dx =$ _____

2) $\int_0^3 (3x - 2)\,dx =$ _____

## Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $P_1(-2\,|\,-20)$, $P_2(1\,|\,-2)$, $P_3(2\,|\,-4)$ _____

## Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \le 2{,}28)$ _____

## Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

**1)** (3 | 1 | –3) · (0 | –1 | –5) = _____

## Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

Gegeben ist f(x) = (x + 1) · e^(–x). Es gilt f´(x) = –x · e^(–x) und f´´(x) = (x – 1) · e^(–x). Eine Stammfunktion ist F(x) = –(x + 2) · e^(–x). Tipp: e^(–x) ist nie 0 – eine Gleichung wie (…) · e^(–x) = 0 löst Du, indem Du nur die Klammer gleich 0 setzt.

**1)** Nullstelle von f (1 P.) _____

**2)** Hochpunkt (y-Wert auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

**3)** Wendepunkt (y-Wert auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

**4)** Fläche zwischen G und der x-Achse für $-1 \le x \le 0$ (2 Stellen) (3 P.) _____

## Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

Die Bürgermeisterin behauptet: Mindestens 60 % der Bürger sind für den neuen Radweg. Eine Zeitung befragt 100 zufällig ausgewählte Bürger. X ist die Anzahl der Befürworter. Getestet wird H0: p >= 0,6 auf dem Signifikanzniveau 5 %. Sind es auffällig wenige Befürworter, wird H0 abgelehnt. Tipp: Rechne mit p = 0,6 und suche das größte k mit P(X <= k) <= 0,05. Beim Fehler 2. Art behält man H0, obwohl sie falsch ist.

**1)** Erwartungswert von X, wenn die Bürgermeisterin genau recht hat (1 P.) _____

**2)** Bis zu wie vielen Befürwortern wird $H_0$ abgelehnt? (4 P.) _____

**3)** Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art (4 Stellen) (2 P.) _____

**4)** In Wahrheit sind nur 50\,\% dafür. Wie groß ist der Fehler 2. Art? (4 Stellen) (3 P.) _____

## Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Ein Zelt hat die Form einer Pyramide mit quadratischem Boden ABCD und Spitze S: A(0|0|0), B(8|0|0), C(8|8|0), D(0|8|0) und S(4|4|4). Eine Längeneinheit ist 1 m. Tipp: Eine Kante ist ein Vektor – ihre Länge ist sein Betrag.

**1)** Wie lang ist die Kante $\overline{AS}$? (auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

**2)** Wie groß ist das Volumen des Zelts? (2 P.) _____

**3)** Neigungswinkel der Kante $AS$ gegen den Boden (auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

**4)** Mittelpunkt $M$ der Kante $BS$ (2 P.) _____

# Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

## Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

**1)** $f'(x) = -\frac{4}{5}x + \frac{2}{x^2}$

**2)** $f'(x) = 4x + \frac{2}{x^3}$

## Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

**1)** $\int_2^4 (-5x^2 + x + 3)dx = -\frac{244}{3}$

**2)** $\int_0^3 (3x - 2)dx = \frac{15}{2}$

## Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

**1)** $f(x) = -2x^2 + 4x - 4$

## Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

**1)** $P(Z \le 2{,}28) = \Phi(2{,}28) \approx 0{,}9887$

## Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

**1)** $(3 \mid 1 \mid -3) \cdot (0 \mid -1 \mid -5) = 14$

## Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

**1)** $(x + 1) \cdot e^{-x} = 0 \Rightarrow x = -1$

**2)** $f'(x) = 0 \Rightarrow x = 0, \quad f(0) = e^0 \approx 1 \Rightarrow H(0 \mid 1)$

**3)** $f'(x) = 0 \Rightarrow x = 1, \quad f(1) = 2e^{-1} \approx 0{,}74 \Rightarrow W(1 \mid 0{,}74)$

**4)** $A = \int_{-1}^{0} f(x)\,dx = F(0) - F(-1) = -2 + e^1 \approx 0{,}72$

## Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

**1)** $E(X) = 100 \cdot 0{,}6 = 60$

**2)** $P(X \le 51) \approx 0{,}0423 \le 0{,}05, \quad P(X \le 52) \approx 0{,}0638 > 0{,}05 \Rightarrow \overline{A} = \{0, \ldots, 51\}$

**3)** $\alpha = P(X \le 51) \approx 0{,}0423$

**4)** $\beta = P_{p=0{,}5}(X \ge 52) = 1 - P(X \le 51) \approx 0{,}3822$

## Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

**1)** $|\overrightarrow{AS}| = \sqrt{4^2 + 4^2 + 4^2} = \sqrt{48} \approx 6{,}93\,\text{m}$

**2)** $V = \frac{1}{3} \cdot 8^2 \cdot 4 = 85{,}33\,\text{m}^3$

**3)** $\sin\alpha = \frac{4}{\sqrt{48}} \Rightarrow \alpha \approx 35{,}26^\circ$

**4)** $M\left(\frac{8+4}{2} \mid \frac{0+4}{2} \mid \frac{0+4}{2}\right) = M(6 \mid 2 \mid 2)$

**Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)**

| 15 P. | 14 P. | 13 P. | 12 P. | 11 P. | 10 P. | 9 P. | 8 P. | 7 P. | 6 P. | 5 P. | 4 P. | 3 P. | 2 P. | 1 P. | 0 P. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ab 50 | ab 47 | ab 45 | ab 42 | ab 39 | ab 37 | ab 34 | ab 32 | ab 29 | ab 26 | ab 24 | ab 21 | ab 18 | ab 15 | ab 11 | ab 0 |