# Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

## Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = -\frac{4}{x^2} - \frac{4}{3}x^4$ _____

2) $f(x) = -x^3 - \frac{4}{x^2}$ _____

## Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_2^5 (2x + 6)dx =$ _____

2) $\int_1^3 (4x - 1)dx =$ _____

## Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $P_1(-1 \mid -5)$, $P_2(0 \mid -6)$, $P_3(2 \mid -14)$ _____

## Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \geq 2{,}5)$ _____

## Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

**1)** (1 | 0 | –6) · (–5 | –3 | –4) = _____

## Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

Gegeben ist f(x) = (x + 1) · e^(–x). Es gilt f´(x) = –x · e^(–x) und f´´(x) = (x – 1) · e^(–x). Eine Stammfunktion ist F(x) = –(x + 2) · e^(–x). Tipp: e^(–x) ist nie 0 – eine Gleichung wie (…) · e^(–x) = 0 löst Du, indem Du nur die Klammer gleich 0 setzt.

**1)** Nullstelle von f (1 P.) _____

**2)** Hochpunkt (y-Wert auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

**3)** Wendepunkt (y-Wert auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

**4)** Fläche zwischen G und der x-Achse für $-1 \le x \le 0$ (2 Stellen) (3 P.) _____

## Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

Die Bürgermeisterin behauptet: Mindestens 50 % der Bürger sind für den neuen Radweg. Eine Zeitung befragt 50 zufällig ausgewählte Bürger. X ist die Anzahl der Befürworter. Getestet wird H0: p >= 0,5 auf dem Signifikanzniveau 5 %. Sind es auffällig wenige Befürworter, wird H0 abgelehnt. Tipp: Rechne mit p = 0,5 und suche das größte k mit P(X <= k) <= 0,05. Beim Fehler 2. Art behält man H0, obwohl sie falsch ist.

**1)** Erwartungswert von X, wenn die Bürgermeisterin genau recht hat (1 P.) _____

**2)** Bis zu wie vielen Befürwortern wird $H_0$ abgelehnt? (4 P.) _____

**3)** Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art (4 Stellen) (2 P.) _____

**4)** In Wahrheit sind nur 40\,\% dafür. Wie groß ist der Fehler 2. Art? (4 Stellen) (3 P.) _____

## Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Die Position eines Flugzeugs F1 nach t Minuten ist (0|0|3) + t · (4|8|1), die von Flugzeug F2 ist (46|-5|6) + t · (-9|7|0). Alle Angaben in km, die x3-Achse zeigt nach oben. Tipp: Die Länge des Richtungsvektors ist die Strecke pro Minute. Den kleinsten Abstand findest Du, indem Du den Abstand d(t) der beiden Positionen aufstellst und das Minimum von $d(t)^2$ suchst.

**1)** Geschwindigkeit von $F_1$ in km/h (2 P.) _____

**2)** Steigungswinkel von $F_1$ gegenüber dem Boden (2 Stellen) (2 P.) _____

**3)** Wo ist $F_1$ nach 5 Minuten? (2 P.) _____

**4)** Nach wie vielen Minuten sind sich die Flugzeuge am nächsten? (2 Stellen) (2 P.) _____

**5)** Wie groß ist dieser kleinste Abstand? (in km, 2 Stellen) (2 P.) _____

# Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

## Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

**1)** $f'(x) = \frac{8}{x^3} - \frac{16}{3}x^3$

**2)** $f'(x) = -3x^2 + \frac{8}{x^3}$

## Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

**1)** $\int_2^5 (2x + 6)dx = 39$

**2)** $\int_1^3 (4x - 1)dx = 14$

## Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

**1)** $f(x) = -x^2 - 2x - 6$

## Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

**1)** $P(Z \geq 2{,}5) = 1 - \Phi(2{,}5) \approx 0{,}0062$

## Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

**1)** $(1 \mid 0 \mid -6) \cdot (-5 \mid -3 \mid -4) = 19$

## Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

**1)** $(x + 1) \cdot e^{-x} = 0 \Rightarrow x = -1$

**2)** $f'(x) = 0 \Rightarrow x = 0, \quad f(0) = e^0 \approx 1 \Rightarrow H(0 \mid 1)$

**3)** $f'(x) = 0 \Rightarrow x = 1, \quad f(1) = 2e^{-1} \approx 0{,}74 \Rightarrow W(1 \mid 0{,}74)$

**4)** $A = \int_{-1}^{0} f(x)\,dx = F(0) - F(-1) = -2 + e^1 \approx 0{,}72$

## Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

**1)** $E(X) = 50 \cdot 0{,}5 = 25$

**2)** $P(X \leq 18) \approx 0{,}0325 \leq 0{,}05, \quad P(X \leq 19) \approx 0{,}0595 > 0{,}05 \Rightarrow \overline{A} = \{0, \ldots, 18\}$

**3)** $\alpha = P(X \leq 18) \approx 0{,}0325$

**4)** $\beta = P_{p=0{,}4}(X \geq 19) = 1 - P(X \leq 18) \approx 0{,}6644$

## Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

**1)** $|\vec{u}| = \sqrt{16 + 64 + 1} = 9\,\frac{\text{km}}{\text{min}} \Rightarrow 540\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$

**2)** $\sin\alpha = \frac{1}{9} \Rightarrow \alpha \approx 6{,}38^\circ$

**3)** $(0|0|3) + 5 \cdot (4|8|1) = (20|40|8)$

**4)** $d(t)^2 = |(-46|5| - 3) + t \cdot (13|1|1)|^2$ minimal $\Rightarrow t = 3{,}49\,\text{min}$

**5)** $d(3{,}49) \approx 8{,}53\,\text{km}$

### Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

| 15 P. | 14 P. | 13 P. | 12 P. | 11 P. | 10 P. | 9 P. | 8 P. | 7 P. | 6 P. | 5 P. | 4 P. | 3 P. | 2 P. | 1 P. | 0 P. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ab 50 | ab 47 | ab 45 | ab 42 | ab 39 | ab 37 | ab 34 | ab 32 | ab 29 | ab 26 | ab 24 | ab 21 | ab 18 | ab 15 | ab 11 | ab 0 |