Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = \frac{1}{4}x^3 + 3\sqrt{x}$ _____

2) $f(x) = x^3 - \frac{3}{x^3}$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_1^3 (-3x + 2)\,dx =$ _____

2) $\int_0^3 (-6x^2)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $P_1(0\,|\,-3)$, $P_2(2\,|\,5)$, $P_3(3\,|\,12)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \geq 1{,}6)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) $(-1 \mid 2 \mid -2) \cdot (6 \mid 1 \mid -2) =$ _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

Ein Federball wird geschlagen. Seine Flugbahn beschreibt $h(x) = -0{,}08x^2 + 0{,}8x + 2$. Dabei ist x die waagerechte Entfernung vom Abschlagpunkt und h(x) die Höhe über dem Boden (beides in Metern). Das Netz ist 1,55 m hoch und steht bei x = 7. Tipp: Der Auftreffwinkel ist der Winkel zwischen Flugbahn und Boden. Du bekommst ihn über die Steigung: tan(alpha) = |h´(x)|.

1) Höchster Punkt der Flugbahn (x und Höhe) (3 P.) _____

2) Wie hoch fliegt der Ball über das Netz hinweg? (in m, 2 Stellen) (2 P.) _____

3) In welcher Entfernung trifft der Ball auf den Boden? (2 Stellen) (3 P.) _____

4) Unter welchem Winkel trifft der Ball auf? (2 Stellen) (2 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

Ein Glücksrad bleibt mit der Wahrscheinlichkeit 0,3 auf „Gewinn“ stehen. Es wird 5-mal gedreht. Die Zufallsgröße X zählt, wie oft „Gewinn“ kommt. Weil sich die Wahrscheinlichkeit bei jedem Drehen nicht ändert, ist X binomialverteilt mit n = 5 und p = 0,3. Tipp: „mindestens einmal“ rechnest Du am leichtesten über das Gegenereignis „keinmal“.

1) Berechne $P(X = 2)$ (auf 4 Stellen runden). (3 P.) _____

2) Berechne den Erwartungswert $E(X)$. (2 P.) _____

3) Berechne $P(X \geq 1)$ (auf 4 Stellen runden). (2 P.) _____

4) Wie oft muss man mindestens drehen, damit $P(X \geq 1) \geq 0{,}9$ gilt? (3 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Die Position eines Flugzeugs F1 nach t Minuten ist (0|0|1) + t · (9|6|2), die von Flugzeug F2 ist (43|-8|4) + t · (-9|8|0). Alle Angaben in km, die x3-Achse zeigt nach oben. Tipp: Die Länge des Richtungsvektors ist die Strecke pro Minute. Den kleinsten Abstand findest Du, indem Du den Abstand d(t) der beiden Positionen aufstellst und das Minimum von $d(t)^2$ suchst.

1) Geschwindigkeit von F_1 in km/h (2 P.) _____

2) Steigungswinkel von F_1 gegenüber dem Boden (2 Stellen) (2 P.) _____

3) Wo ist F_1 nach 5 Minuten? (2 P.) _____

4) Nach wie vielen Minuten sind sich die Flugzeuge am nächsten? (2 Stellen) (2 P.) _____

5) Wie groß ist dieser kleinste Abstand? (in km, 2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2\sqrt{x}}$

2) $f'(x) = 3x^2 + \frac{9}{x^4}$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_1^3 (-3x + 2)dx = -8$

2) $\int_0^3 (-6x^2)dx = -54$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = x^2 + 2x - 3$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \geq 1{,}6) = 1 - \Phi(1{,}6) \approx 0{,}0548$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(-1 \mid 2 \mid -2) \cdot (6 \mid 1 \mid -2) = 0$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $h'(x) = -0{,}16x + 0{,}8 = 0 \Rightarrow x = 5, \quad h(5) = 4 \Rightarrow (5 \mid 4)$

2) $h(7) - 1{,}55 = 3{,}68 - 1{,}55 = 2{,}13$

3) $h(x) = 0 \Rightarrow x \approx 12{,}07\,\text{m}$ (die negative Lösung passt nicht)

4) $\tan\alpha = |h'(12{,}07)| \approx 1{,}131 \Rightarrow \alpha \approx 48{,}53^\circ$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $P(X = 2) = \binom{5}{2} \cdot 0{,}3^2 \cdot 0{,}7^3 \approx 0{,}3087$

2) $E(X) = n \cdot p = 5 \cdot 0{,}3 = 1{,}5$

3) $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0{,}7^5 \approx 0{,}8319$

4) $1 - 0{,}7^m \geq 0{,}9 \Rightarrow m \geq \frac{\ln 0{,}1}{\ln 0{,}7} \approx 6{,}456 \Rightarrow m = 7$

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $|\vec{u}| = \sqrt{81 + 36 + 4} = 11\,\frac{\text{km}}{\text{min}} \Rightarrow 660\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$

2) $\sin\alpha = \frac{2}{11} \Rightarrow \alpha \approx 10{,}48^\circ$

3) $(0|0|1) + 5 \cdot (9|6|2) = (45|30|11)$

4) $d(t)^2 = |(-43|8| - 3) + t \cdot (18| - 2|2)|^2$ minimal $\Rightarrow t = 2{,}4\,\text{min}$

5) $d(2{,}4) \approx 3{,}68\,\text{km}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0