Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = -\frac{5}{3}x^4 + \frac{5}{x^2}$ _____

2) $f(x) = \frac{4}{5}x^4 + \frac{1}{x^3}$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_0^1 (6x + 1)\,dx =$ _____

2) $\int_2^3 (-3x^2 - 3x - 6)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $T(0\,|\,-4)$, $P(1\,|\,-3)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \le -0{,}8)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) $(3 \mid 2 \mid -2) \cdot (-1 \mid -4 \mid 3) =$ _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 24x - 1$. Ihr Graph heißt G. Diese Aufgabe ist ohne Taschenrechner lösbar. Tipp: Extrempunkte: $f'(x) = 0$ lösen und mit f'' prüfen. Wendepunkt: $f''(x) = 0$. Die Wendetangente hat die Steigung $m = f'(x_W)$.

1) Schnittpunkt von G mit der y-Achse (1 P.) _____

2) Hoch- und Tiefpunkt von G (Schreibweise: H(…|…); T(…|…)) (4 P.) _____

3) Wendepunkt von G (2 P.) _____

4) Gleichung der Wendetangente (3 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

Eine Krankheit haben 5 % der Menschen. Ein Schnelltest zeigt bei Kranken mit 99 % Wahrscheinlichkeit „positiv“. Bei Gesunden zeigt er mit 95 % Wahrscheinlichkeit richtig „negativ“. Eine zufällig ausgewählte Person wird getestet. Tipp: Zeichne ein Baumdiagramm (erst krank/gesund, dann positiv/negativ) und rechne mit Dezimalzahlen.

1) Berechne *P*(positiv) (auf 4 Stellen runden). (3 P.) _____

2) Der Test ist positiv. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Person krank? (3 Stellen) (4 P.) _____

3) Der Test ist negativ. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Person gesund? (4 Stellen) (3 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Die Position eines Flugzeugs F1 nach t Minuten ist (0|0|3) + t · (8|4|1), die von Flugzeug F2 ist (53|-2|6) + t · (-7|2|0). Alle Angaben in km, die x3-Achse zeigt nach oben. Tipp: Die Länge des Richtungsvektors ist die Strecke pro Minute. Den kleinsten Abstand findest Du, indem Du den Abstand d(t) der beiden Positionen aufstellst und das Minimum von $d(t)^2$ suchst.

1) Geschwindigkeit von F_1 in km/h (2 P.) _____

2) Steigungswinkel von F_1 gegenüber dem Boden (2 Stellen) (2 P.) _____

3) Wo ist F_1 nach 3 Minuten? (2 P.) _____

4) Nach wie vielen Minuten sind sich die Flugzeuge am nächsten? (2 Stellen) (2 P.) _____

5) Wie groß ist dieser kleinste Abstand? (in km, 2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = -\frac{20}{3}x^3 - \frac{10}{x^3}$

2) $f'(x) = \frac{16}{5}x^3 - \frac{3}{x^4}$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_0^1 (6x + 1)dx = 4$

2) $\int_2^3 (-3x^2 - 3x - 6)dx = -\frac{65}{2}$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = x^2 - 4$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \leq -0{,}8) = \Phi(-0{,}8) \approx 0{,}2119$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(3 \mid 2 \mid -2) \cdot (-1 \mid -4 \mid 3) = -17$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $f(0) = -1 \Rightarrow S_y(0 \mid -1)$

2) $f'(x) = -3x^2 - 6x + 24 = -3(x + 4)(x - 2) = 0, \quad f''(2) < 0,\ f''(-4) > 0 \Rightarrow H(2 \mid 27),\ T(-4 \mid -81)$

3) $f''(x) = -6x - 6 = 0 \Rightarrow W(-1 \mid -27)$

4) $m = f'(-1) = 27 \Rightarrow t(x) = 27x$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $0{,}05 \cdot 0{,}99 + 0{,}95 \cdot 0{,}05 \approx 0{,}097$

2) $P_{pos}(\text{krank}) = \frac{0{,}05 \cdot 0{,}99}{0{,}097} \approx 0{,}51$

3) $P_{neg}(\text{gesund}) = \frac{0{,}95 \cdot 0{,}95}{0{,}903} \approx 0{,}9994$

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $|\vec{u}| = \sqrt{64 + 16 + 1} = 9\,\frac{\text{km}}{\text{min}} \Rightarrow 540\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$

2) $\sin\alpha = \frac{1}{9} \Rightarrow \alpha \approx 6{,}38^\circ$

3) $(0|0|3) + 3 \cdot (8|4|1) = (24|12|6)$

4) $d(t)^2 = |(-53|2| - 3) + t \cdot (15|2|1)|^2$ minimal $\Rightarrow t = 3{,}45\,\text{min}$

5) $d(3{,}45) \approx 9\,\text{km}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0