Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = -\frac{1}{x^2} + \frac{5}{4}x^3$ _____

2) $f(x) = -x^3 + \sqrt{x}$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_0^1 (-2x - 1)\,dx =$ _____

2) $\int_1^4 (-3x - 4)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $H(-1\,|\,5)$, $P(-3\,|\,-3)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \geq 0{,}8)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) $(-3 \mid 6 \mid -1) \cdot (-5 \mid -5 \mid -4) =$ _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

Ein Ball wird vom Boden aus senkrecht nach oben geworfen. Seine Höhe über dem Boden (in Metern) nach t Sekunden beschreibt die Funktion $h(t) = -5t^2 + 25t$. Den Luftwiderstand lassen wir weg. Tipp: Die größte Höhe ist der Hochpunkt des Graphen – dort ist die Ableitung $h'(t) = 0$.

1) Wie hoch ist der Ball nach 1 Sekunde? (2 P.) _____

2) Nach wie vielen Sekunden ist der Ball am höchsten? (3 P.) _____

3) Wie groß ist die größte Höhe? (2 P.) _____

4) Wann landet der Ball? (in Sekunden, auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

Ein Hersteller behauptet: Höchstens 10 % seiner Bauteile sind fehlerhaft. Ein Kunde prüft 100 zufällig ausgewählte Teile. X ist die Anzahl der fehlerhaften Teile. Getestet wird die Nullhypothese H0: p <= 0,1 auf dem Signifikanzniveau 5 %. Findet der Kunde auffällig viele fehlerhafte Teile, glaubt er dem Hersteller nicht mehr (H0 wird abgelehnt). Tipp: Rechne mit p = 0,1 und suche das kleinste k, für das P(X >= k) höchstens 0,05 ist.

1) Wie viele fehlerhafte Teile erwartet man, wenn der Hersteller recht hat? (2 P.) _____

2) Berechne die Standardabweichung σ (2 Stellen). (2 P.) _____

3) Ab wie vielen fehlerhaften Teilen wird H_0 abgelehnt? (4 P.) _____

4) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art? (4 Stellen) (2 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Ein dreieckiges Sonnensegel ist an den Punkten A(8|0|0), B(0|4|0) und C(0|0|8) befestigt (Angaben in Metern). Der Boden ist die x-y-Ebene, der Ursprung O ist die Hausecke. Tipp: Den Normalenvektor des Segels bekommst Du mit dem Kreuzprodukt AB × AC. Der Winkel zum Boden ist der Winkel zwischen diesem Normalenvektor und der z-Achse.

1) Wie groß ist die Fläche des Segels? (in m^2, 2 Stellen) (3 P.) _____

2) Unter welchem Winkel ist das Segel gegen den Boden geneigt? (2 Stellen) (3 P.) _____

3) Ein senkrechter Mast steht in $P(2|2|0)$. In welchem Punkt trifft er das Segel? (2 P.) _____

4) Wie weit ist die Hausecke O vom Segel entfernt? (2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = \frac{2}{x^3} + \frac{15}{4}x^2$

2) $f'(x) = -3x^2 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_0^1 (-2x - 1)dx = -2$

2) $\int_1^4 (-3x - 4)dx = -\frac{69}{2}$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = -2x^2 - 4x + 3$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \geq 0{,}8) = 1 - \Phi(0{,}8) \approx 0{,}2119$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(-3 \mid 6 \mid -1) \cdot (-5 \mid -5 \mid -4) = -11$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $h(1) = -5 + 25 = 20\,\text{m}$

2) $h'(t) = -10t + 25 = 0 \Rightarrow t = 2{,}5\,\text{s}$

3) $h(2{,}5) = 31{,}25\,\text{m}$

4) $-5t^2 + 25t = 0 \Rightarrow t = 5\,\text{s}$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $E(X) = n \cdot p = 100 \cdot 0{,}1 = 10$

2) $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{9} \approx 3$

3) $P(X \geq 15) \approx 0{,}0726 > 0{,}05$, $P(X \geq 16) \approx 0{,}0399 \leq 0{,}05 \Rightarrow \overline{A} = \{16, \ldots, 100\}$

4) $\alpha = P(X \geq 16) \approx 0{,}0399$ (H_0 wird abgelehnt, obwohl sie stimmt)

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 32 \\ 64 \\ 32 \end{pmatrix}$, $A = \frac{1}{2}\sqrt{6144} \approx 39{,}19\,\text{m}^2$

2) $\cos\alpha = \frac{32}{\sqrt{6144}} \Rightarrow \alpha \approx 65{,}91^\circ$

3) $\frac{x}{8} + \frac{y}{4} + \frac{z}{8} = 1$ mit $x = 2,\ y = 2 \Rightarrow S(2 \mid 2 \mid 2)$

4) $d = \frac{|32 \cdot 0 + 64 \cdot 0 + 32 \cdot 0 - 256|}{\sqrt{6144}} \approx 3{,}27\,\text{m}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0