# Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

## Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = 4\sqrt{x} - \frac{1}{3}x^4$ _____

2) $f(x) = \frac{2}{3}x^4 + \frac{4}{x}$ _____

## Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_2^4 (2x - 2)\,dx =$ _____

2) $\int_2^5 (x^2)\,dx =$ _____

## Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $H(0\,|\,-5)$, $P(1\,|\,-7)$ _____

## Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \geq 0{,}8)$ _____

## Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

**1)** $(-6 \mid 2 \mid 2) \cdot (3 \mid 2 \mid -2) =$ _____

## Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

In ein leeres Becken läuft Wasser. Die Zuflussrate in Litern pro Minute beträgt $r(t) = 2 \cdot t \cdot (10 - t)$ für $0 <= t <= 10$ (t in Minuten). Danach wird der Zufluss geschlossen. Tipp: Die Zuflussrate sagt, wie schnell Wasser kommt. Wie viel Wasser insgesamt gekommen ist, liefert das Integral.

**1)** Wie groß ist die Zuflussrate nach 2 Minuten? (2 P.) _____

**2)** Zu welchem Zeitpunkt fließt am meisten Wasser zu? (3 P.) _____

**3)** Wie groß ist die größte Zuflussrate? (2 P.) _____

**4)** Wie viele Liter sind nach 10 Minuten im Becken? (3 P.) _____

## Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

Eine Krankheit haben 5 % der Menschen. Ein Schnelltest zeigt bei Kranken mit 95 % Wahrscheinlichkeit „positiv“. Bei Gesunden zeigt er mit 97 % Wahrscheinlichkeit richtig „negativ“. Eine zufällig ausgewählte Person wird getestet. Tipp: Zeichne ein Baumdiagramm (erst krank/gesund, dann positiv/negativ) und rechne mit Dezimalzahlen.

**1)** Berechne *P*(positiv) (auf 4 Stellen runden). (3 P.) _____

**2)** Der Test ist positiv. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Person krank? (3 Stellen) (4 P.) _____

**3)** Der Test ist negativ. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Person gesund? (4 Stellen) (3 P.) _____

## Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Die Position eines Flugzeugs F1 nach t Minuten ist (0|0|1) + t · (8|4|1), die von Flugzeug F2 ist (57|10|9) + t · (-6|3|0). Alle Angaben in km, die x3-Achse zeigt nach oben. Tipp: Die Länge des Richtungsvektors ist die Strecke pro Minute. Den kleinsten Abstand findest Du, indem Du den Abstand d(t) der beiden Positionen aufstellst und das Minimum von $d(t)^2$ suchst.

**1)** Geschwindigkeit von $F_1$ in km/h (2 P.) _____

**2)** Steigungswinkel von $F_1$ gegenüber dem Boden (2 Stellen) (2 P.) _____

**3)** Wo ist $F_1$ nach 2 Minuten? (2 P.) _____

**4)** Nach wie vielen Minuten sind sich die Flugzeuge am nächsten? (2 Stellen) (2 P.) _____

**5)** Wie groß ist dieser kleinste Abstand? (in km, 2 Stellen) (2 P.) _____

# Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

## Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

**1)** $f'(x) = \frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{4}{3}x^3$

**2)** $f'(x) = \frac{8}{3}x^3 - \frac{4}{x^2}$

## Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

**1)** $\int_2^4 (2x - 2)dx = 8$

**2)** $\int_2^5 (x^2)dx = 39$

## Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

**1)** $f(x) = -2x^2 - 5$

## Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

**1)** $P(Z \geq 0{,}8) = 1 - \Phi(0{,}8) \approx 0{,}2119$

## Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

**1)** $(-6 \mid 2 \mid 2) \cdot (3 \mid 2 \mid -2) = -18$

## Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

**1)** $r(2) = 32\,\frac{\text{l}}{\text{min}}$

**2)** $r'(t) = 2 \cdot (10 - 2t) = 0 \;\Rightarrow\; t = 5\,\text{min}$

**3)** $r(5) = 50\,\frac{\text{l}}{\text{min}}$

**4)** $\int_0^{10} r(t)\,dt = 2 \cdot \left[10\frac{t^2}{2} - \frac{t^3}{3}\right]_0^{10} = 333{,}33\,\text{l}$

## Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

**1)** $0{,}05 \cdot 0{,}95 + 0{,}95 \cdot 0{,}03 \approx 0{,}076$

**2)** $P_{\text{pos}}(\text{krank}) = \frac{0{,}05 \cdot 0{,}95}{0{,}076} \approx 0{,}625$

**3)** $P_{\text{neg}}(\text{gesund}) = \frac{0{,}95 \cdot 0{,}97}{0{,}924} \approx 0{,}9973$

## Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

**1)** $|\vec{u}| = \sqrt{64 + 16 + 1} = 9\,\frac{\text{km}}{\text{min}} \Rightarrow 540\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$

**2)** $\sin\alpha = \frac{1}{9} \Rightarrow \alpha \approx 6{,}38^\circ$

**3)** $(0|0|1) + 2 \cdot (8|4|1) = (16|8|3)$

**4)** $d(t)^2 = |(-57| - 10| - 8) + t \cdot (14|1|1)|^2$ minimal $\Rightarrow t = 4{,}12\,\text{min}$

**5)** $d(4{,}12) \approx 7{,}08\,\text{km}$

### Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

| 15 P. | 14 P. | 13 P. | 12 P. | 11 P. | 10 P. | 9 P. | 8 P. | 7 P. | 6 P. | 5 P. | 4 P. | 3 P. | 2 P. | 1 P. | 0 P. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ab 50 | ab 47 | ab 45 | ab 42 | ab 39 | ab 37 | ab 34 | ab 32 | ab 29 | ab 26 | ab 24 | ab 21 | ab 18 | ab 15 | ab 11 | ab 0 |