Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = -6\sqrt{x} + x^3$ _____

2) $f(x) = \frac{4}{5}x^3 + \frac{1}{x}$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_1^3 (2x^2)\,dx =$ _____

2) $\int_0^3 (-3x^2)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $T(-3\,|\,-2)$, $P(-2\,|\,-1)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \geq -0{,}52)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) $(-2 \mid -3 \mid -2) \cdot (-6 \mid -1 \mid 4) =$ _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

Ein Federball wird geschlagen. Seine Flugbahn beschreibt $h(x) = -0{,}05x^2 + 0{,}4x + 2$. Dabei ist x die waagerechte Entfernung vom Abschlagpunkt und h(x) die Höhe über dem Boden (beides in Metern). Das Netz ist 1,55 m hoch und steht bei x = 5. Tipp: Der Auftreffwinkel ist der Winkel zwischen Flugbahn und Boden. Du bekommst ihn über die Steigung: tan(alpha) = |h´(x)|.

1) Höchster Punkt der Flugbahn (x und Höhe) (3 P.) _____

2) Wie hoch fliegt der Ball über das Netz hinweg? (in m, 2 Stellen) (2 P.) _____

3) In welcher Entfernung trifft der Ball auf den Boden? (2 Stellen) (3 P.) _____

4) Unter welchem Winkel trifft der Ball auf? (2 Stellen) (2 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

In einer Stadt fahren 40 % der Berufstätigen mit dem Rad zur Arbeit (Ereignis R). Von den Radfahrern nutzen 20 % ein E-Bike (Ereignis E). Von denen, die nicht mit dem Rad fahren, besitzen trotzdem 10 % ein E-Bike. Eine berufstätige Person wird zufällig ausgewählt. Tipp: Trage alles in eine Vierfeldertafel ein. Die Zeilen- und Spaltensummen helfen bei P(E).

1) $P(R \cap E)$ (2 P.) _____

2) $P(E)$ (2 P.) _____

3) Die Person hat ein E-Bike. Mit welcher Wahrscheinlichkeit fährt sie mit dem Rad zur Arbeit? (3 Stellen) (3 P.) _____

4) $P(\overline{R} \cap \overline{E})$ (1 P.) _____

5) Sind R und E stochastisch unabhängig? (ja/nein) (2 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Ein Zelt hat die Form einer Pyramide mit quadratischem Boden ABCD und Spitze S: A(0|0|0), B(4|0|0), C(4|4|0), D(0|4|0) und S(2|2|6). Eine Längeneinheit ist 1 m. Tipp: Eine Kante ist ein Vektor – ihre Länge ist sein Betrag.

1) Wie lang ist die Kante $\overline{AS}$? (auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

2) Wie groß ist das Volumen des Zelts? (2 P.) _____

3) Neigungswinkel der Kante *AS* gegen den Boden (auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

4) Mittelpunkt *M* der Kante *BS* (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = -\frac{3}{\sqrt{x}} + 3x^2$

2) $f'(x) = \frac{12}{5}x^2 - \frac{1}{x^2}$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_1^3 (2x^2)dx = \frac{52}{3}$

2) $\int_0^3 (-3x^2)dx = -27$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = x^2 + 6x + 7$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \geq -0{,}52) = 1 - \Phi(-0{,}52) \approx 0{,}6985$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(-2 \mid -3 \mid -2) \cdot (-6 \mid -1 \mid 4) = 7$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $h'(x) = -0{,}1x + 0{,}4 = 0 \Rightarrow x = 4, \quad h(4) = 2{,}8 \Rightarrow (4 \mid 2{,}8)$

2) $h(5) - 1{,}55 = 2{,}75 - 1{,}55 = 1{,}2$

3) $h(x) = 0 \Rightarrow x \approx 11{,}48\,\text{m}$ (die negative Lösung passt nicht)

4) $\tan\alpha = |h'(11{,}48)| \approx 0{,}748 \Rightarrow \alpha \approx 36{,}81^\circ$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $0{,}4 \cdot 0{,}2 = 0{,}08$

2) $0{,}08 + 0{,}6 \cdot 0{,}1 = 0{,}14$

3) $P_E(R) = \frac{P(R \cap E)}{P(E)} = \frac{0{,}08}{0{,}14} \approx 0{,}571$

4) $0{,}6 \cdot 0{,}9 = 0{,}54$

5) $P(R) \cdot P(E) = 0{,}4 \cdot 0{,}14 = 0{,}056 \neq 0{,}08 = P(R \cap E) \Rightarrow$ nein

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $|\overrightarrow{AS}| = \sqrt{2^2 + 2^2 + 6^2} = \sqrt{44} \approx 6{,}63\,\text{m}$

2) $V = \frac{1}{3} \cdot 4^2 \cdot 6 = 32\,\text{m}^3$

3) $\sin\alpha = \frac{6}{\sqrt{44}} \Rightarrow \alpha \approx 64{,}76^\circ$

4) $M\left(\frac{4+2}{2} \mid \frac{0+2}{2} \mid \frac{0+6}{2}\right) = M(3 \mid 1 \mid 3)$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0