# Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

## Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = x^3 - 5\sqrt{x}$ _____

2) $f(x) = \frac{3}{2}x^3 + \frac{6}{x^3}$ _____

## Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_2^5 (-4x + 6)\,dx =$ _____

2) $\int_1^3 (3x^2 - x - 2)\,dx =$ _____

## Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $P_1(-2\,|\,-18)$, $P_2(-1\,|\,-8)$, $P_3(1\,|\,0)$ _____

## Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \geq 1{,}92)$ _____

## Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

**1)** $(3 \mid 2 \mid 0) \cdot (-3 \mid 4 \mid -3) =$ _____

## Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

Ein frisch aufgegossener Tee steht in einem Raum mit 20 °C. Seine Temperatur in °C nach t Minuten beschreibt T(t) = 20 + 70 · e^(–0,08t). Tipp: Der Tee kühlt nie unter die Raumtemperatur ab – der Teil 70 · e^(…) wird nur immer kleiner. Eine negative Änderungsrate bedeutet: Die Temperatur sinkt.

**1)** Wie heiß ist der Tee am Anfang? (2 P.) _____

**2)** Wie warm ist der Tee nach 10 Minuten? (2 Stellen) (2 P.) _____

**3)** Nach wie vielen Minuten ist der Tee auf 45 °C abgekühlt? (2 Stellen) (3 P.) _____

**4)** Berechne die Änderungsrate $T'(10)$ in °C pro Minute (2 Stellen). (3 P.) _____

## Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

In einer Stadt fahren 50 % der Berufstätigen mit dem Rad zur Arbeit (Ereignis R). Von den Radfahrern nutzen 30 % ein E-Bike (Ereignis E). Von denen, die nicht mit dem Rad fahren, besitzen trotzdem 10 % ein E-Bike. Eine berufstätige Person wird zufällig ausgewählt. Tipp: Trage alles in eine Vierfeldertafel ein. Die Zeilen- und Spaltensummen helfen bei P(E).

**1)** $P(R \cap E)$ (2 P.) _____

**2)** $P(E)$ (2 P.) _____

**3)** Die Person hat ein E-Bike. Mit welcher Wahrscheinlichkeit fährt sie mit dem Rad zur Arbeit? (3 Stellen) (3 P.) _____

**4)** $P(\overline{R} \cap \overline{E})$ (1 P.) _____

**5)** Sind R und E stochastisch unabhängig? (ja/nein) (2 P.) _____

## Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Ein Zelt hat die Form einer Pyramide mit quadratischem Boden ABCD und Spitze S: A(0|0|0), B(8|0|0), C(8|8|0), D(0|8|0) und S(4|4|3). Eine Längeneinheit ist 1 m. Tipp: Eine Kante ist ein Vektor – ihre Länge ist sein Betrag.

**1)** Wie lang ist die Kante $\overline{AS}$? (auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

**2)** Wie groß ist das Volumen des Zelts? (2 P.) _____

**3)** Neigungswinkel der Kante *AS* gegen den Boden (auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

**4)** Mittelpunkt *M* der Kante *BS* (2 P.) _____

# Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

## Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

**1)** $f'(x) = 3x^2 - \dfrac{5}{2\sqrt{x}}$

**2)** $f'(x) = \dfrac{9}{2}x^2 - \dfrac{18}{x^4}$

## Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

**1)** $\int_2^5 (-4x + 6)dx = -24$

**2)** $\int_1^3 (3x^2 - x - 2)dx = 18$

## Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

**1)** $f(x) = -2x^2 + 4x - 2$

## Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

**1)** $P(Z \geq 1{,}92) = 1 - \Phi(1{,}92) \approx 0{,}0274$

## Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

**1)** $(3 \mid 2 \mid 0) \cdot (-3 \mid 4 \mid -3) = -1$

## Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

**1)** $T(0) = 20 + 70 \cdot e^0 = 90\,^\circ\text{C}$

**2)** $T(10) = 20 + 70 \cdot e^{-0{,}8} \approx 51{,}45\,^\circ\text{C}$

**3)** $70 \cdot e^{-0{,}08t} = 25 \;\Rightarrow\; t = \dfrac{\ln(70/25)}{0{,}08} \approx 12{,}87\,\text{min}$

**4)** $T'(t) = -5{,}6 \cdot e^{-0{,}08t} \;\Rightarrow\; T'(10) \approx -2{,}52\,\dfrac{^\circ\text{C}}{\text{min}}$

## Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

**1)** $0{,}5 \cdot 0{,}3 = 0{,}15$

**2)** $0{,}15 + 0{,}5 \cdot 0{,}1 = 0{,}2$

**3)** $P_E(R) = \dfrac{P(R \cap E)}{P(E)} = \dfrac{0{,}15}{0{,}2} \approx 0{,}75$

**4)** $0{,}5 \cdot 0{,}9 = 0{,}45$

**5)** $P(R) \cdot P(E) = 0{,}5 \cdot 0{,}2 = 0{,}1 \neq 0{,}15 = P(R \cap E) \;\Rightarrow$ nein

## Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

**1)** $|\overrightarrow{AS}| = \sqrt{4^2 + 4^2 + 3^2} = \sqrt{41} \approx 6{,}4\,\text{m}$

**2)** $V = \frac{1}{3} \cdot 8^2 \cdot 3 = 64\,\text{m}^3$

**3)** $\sin\alpha = \frac{3}{\sqrt{41}} \Rightarrow \alpha \approx 27{,}94^\circ$

**4)** $M\left(\frac{8+4}{2} \mid \frac{0+4}{2} \mid \frac{0+3}{2}\right) = M(6 \mid 2 \mid 1{,}5)$

**Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)**

| 15 P. | 14 P. | 13 P. | 12 P. | 11 P. | 10 P. | 9 P. | 8 P. | 7 P. | 6 P. | 5 P. | 4 P. | 3 P. | 2 P. | 1 P. | 0 P. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ab 50 | ab 47 | ab 45 | ab 42 | ab 39 | ab 37 | ab 34 | ab 32 | ab 29 | ab 26 | ab 24 | ab 21 | ab 18 | ab 15 | ab 11 | ab 0 |