Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = \frac{6}{x} + \frac{1}{3}x^2$ _____

2) $f(x) = -\frac{2}{3}x^4 + \frac{4}{x^2}$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_1^3 (-4x + 3)dx =$ _____

2) $\int_2^3 (-5x)dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $P_1(0\,|\,-5)$, $P_2(1\,|\,-3)$, $P_3(2\,|\,3)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \geq 1{,}16)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) $(-5 \mid -3 \mid 6) \cdot (1 \mid 1 \mid 3) =$ _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

Ein Federball wird geschlagen. Seine Flugbahn beschreibt $h(x) = -0{,}08x^2 + 0{,}8x + 1{,}5$. Dabei ist x die waagerechte Entfernung vom Abschlagpunkt und h(x) die Höhe über dem Boden (beides in Metern). Das Netz ist 1,55 m hoch und steht bei x = 6. Tipp: Der Auftreffwinkel ist der Winkel zwischen Flugbahn und Boden. Du bekommst ihn über die Steigung: tan(alpha) = |h´(x)|.

1) Höchster Punkt der Flugbahn (x und Höhe) (3 P.) _____

2) Wie hoch fliegt der Ball über das Netz hinweg? (in m, 2 Stellen) (2 P.) _____

3) In welcher Entfernung trifft der Ball auf den Boden? (2 Stellen) (3 P.) _____

4) Unter welchem Winkel trifft der Ball auf? (2 Stellen) (2 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

In einer Stadt fahren 30 % der Berufstätigen mit dem Rad zur Arbeit (Ereignis R). Von den Radfahrern nutzen 20 % ein E-Bike (Ereignis E). Von denen, die nicht mit dem Rad fahren, besitzen trotzdem 15 % ein E-Bike. Eine berufstätige Person wird zufällig ausgewählt. Tipp: Trage alles in eine Vierfeldertafel ein. Die Zeilen- und Spaltensummen helfen bei P(E).

1) $P(R \cap E)$ (2 P.) _____

2) $P(E)$ (2 P.) _____

3) Die Person hat ein E-Bike. Mit welcher Wahrscheinlichkeit fährt sie mit dem Rad zur Arbeit? (3 Stellen) (3 P.) _____

4) $P(\overline{R} \cap \overline{E})$ (1 P.) _____

5) Sind R und E stochastisch unabhängig? (ja/nein) (2 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Ein dreieckiges Sonnensegel ist an den Punkten A(12|0|0), B(0|12|0) und C(0|0|8) befestigt (Angaben in Metern). Der Boden ist die x-y-Ebene, der Ursprung O ist die Hausecke. Tipp: Den Normalenvektor des Segels bekommst Du mit dem Kreuzprodukt AB × AC. Der Winkel zum Boden ist der Winkel zwischen diesem Normalenvektor und der z-Achse.

1) Wie groß ist die Fläche des Segels? (in m^2, 2 Stellen) (3 P.) _____

2) Unter welchem Winkel ist das Segel gegen den Boden geneigt? (2 Stellen) (3 P.) _____

3) Ein senkrechter Mast steht in $P(3|6|0)$. In welchem Punkt trifft er das Segel? (2 P.) _____

4) Wie weit ist die Hausecke O vom Segel entfernt? (2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = -\frac{6}{x^2} + \frac{2}{3}x$

2) $f'(x) = -\frac{8}{3}x^3 - \frac{8}{x^3}$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_1^3 (-4x + 3)dx = -10$

2) $\int_2^3 (-5x)dx = -\frac{25}{2}$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = 2x^2 - 5$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \geq 1{,}16) = 1 - \Phi(1{,}16) \approx 0{,}123$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(-5 \mid -3 \mid 6) \cdot (1 \mid 1 \mid 3) = 10$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $h'(x) = -0{,}16x + 0{,}8 = 0 \Rightarrow x = 5, \quad h(5) = 3{,}5 \Rightarrow (5 \mid 3{,}5)$

2) $h(6) - 1{,}55 = 3{,}42 - 1{,}55 = 1{,}87$

3) $h(x) = 0 \Rightarrow x \approx 11{,}61\,\text{m}$ (die negative Lösung passt nicht)

4) $\tan\alpha = |h'(11{,}61)| \approx 1{,}058 \Rightarrow \alpha \approx 46{,}62^\circ$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $0{,}3 \cdot 0{,}2 = 0{,}06$

2) $0{,}06 + 0{,}7 \cdot 0{,}15 = 0{,}165$

3) $P_E(R) = \frac{P(R \cap E)}{P(E)} = \frac{0{,}06}{0{,}165} \approx 0{,}364$

4) $0{,}7 \cdot 0{,}85 = 0{,}595$

5) $P(R) \cdot P(E) = 0{,}3 \cdot 0{,}165 = 0{,}0495 \neq 0{,}06 = P(R \cap E) \Rightarrow$ nein

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 96 \\ 96 \\ 144 \end{pmatrix}$, $A = \frac{1}{2}\sqrt{39168} \approx 98{,}95\,\text{m}^2$

2) $\cos\alpha = \frac{144}{\sqrt{39168}} \Rightarrow \alpha \approx 43{,}31^\circ$

3) $\frac{x}{12} + \frac{y}{12} + \frac{z}{8} = 1$ mit $x = 3,\ y = 6 \Rightarrow S(3 \mid 6 \mid 2)$

4) $d = \frac{|96 \cdot 0 + 96 \cdot 0 + 144 \cdot 0 - 1152|}{\sqrt{39168}} \approx 5{,}82\,\text{m}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0