Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 120 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = \frac{2}{5}x^4 - \frac{1}{x^2}$ _____

2) $f(x) = \frac{3}{4}x^4 - \frac{5}{x^2}$ _____

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_0^2 (-x^2)\,dx =$ _____

2) $\int_0^1 (-6x^2 - 6x)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $H(1\,|\,0)$, $P(3\,|\,-4)$ _____

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab. Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \le -0{,}8)$ _____

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) $(-2 \mid -4 \mid -4) \cdot (-2 \mid 2 \mid 5) =$ _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

In ein leeres Becken läuft Wasser. Die Zuflussrate in Litern pro Minute beträgt $r(t) = 0{,}5 \cdot t \cdot (6 - t)$ für $0 <= t <= 6$ (t in Minuten). Danach wird der Zufluss geschlossen. Tipp: Die Zuflussrate sagt, wie schnell Wasser kommt. Wie viel Wasser insgesamt gekommen ist, liefert das Integral.

1) Wie groß ist die Zuflussrate nach 1 Minuten? (2 P.) _____

2) Zu welchem Zeitpunkt fließt am meisten Wasser zu? (3 P.) _____

3) Wie groß ist die größte Zuflussrate? (2 P.) _____

4) Wie viele Liter sind nach 6 Minuten im Becken? (3 P.) _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

Die Bürgermeisterin behauptet: Mindestens 70 % der Bürger sind für den neuen Radweg. Eine Zeitung befragt 100 zufällig ausgewählte Bürger. X ist die Anzahl der Befürworter. Getestet wird H0: $p >= 0{,}7$ auf dem Signifikanzniveau 5 %. Sind es auffällig wenige Befürworter, wird H0 abgelehnt. Tipp: Rechne mit $p = 0{,}7$ und suche das größte k mit $P(X <= k) <= 0{,}05$. Beim Fehler 2. Art behält man H0, obwohl sie falsch ist.

1) Erwartungswert von X, wenn die Bürgermeisterin genau recht hat (1 P.) _____

2) Bis zu wie vielen Befürwortern wird H_0 abgelehnt? (4 P.) _____

3) Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art (4 Stellen) (2 P.) _____

4) In Wahrheit sind nur 60\,\% dafür. Wie groß ist der Fehler 2. Art? (4 Stellen) (3 P.) _____

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

Ein Zelt hat die Form einer Pyramide mit quadratischem Boden ABCD und Spitze S: A(0|0|0), B(8|0|0), C(8|8|0), D(0|8|0) und S(4|4|3). Eine Längeneinheit ist 1 m. Tipp: Eine Kante ist ein Vektor – ihre Länge ist sein Betrag.

1) Wie lang ist die Kante $\overline{AS}$? (auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

2) Wie groß ist das Volumen des Zelts? (2 P.) _____

3) Neigungswinkel der Kante AS gegen den Boden (auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

4) Mittelpunkt M der Kante BS (2 P.) _____

Lösungen: Abitur-Mix: alle drei Sachgebiete

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = \frac{8}{5}x^3 + \frac{2}{x^3}$

2) $f'(x) = 3x^3 + \frac{10}{x^3}$

Aufgabe 2: Integrale (je 3 P.)

1) $\int_0^2 (-x^2)\,dx = -\frac{8}{3}$

2) $\int_0^1 (-6x^2 - 6x)\,dx = -5$

Aufgabe 3: Steckbriefaufgabe (5 P.)

1) $f(x) = -x^2 + 2x - 1$

Aufgabe 4: Normalverteilung (4 P.)

1) $P(Z \le -0{,}8) = \Phi(-0{,}8) \approx 0{,}2119$

Aufgabe 5: Skalarprodukt (3 P.)

1) $(-2 \mid -4 \mid -4) \cdot (-2 \mid 2 \mid 5) = -24$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe Analysis (10 P.)

1) $r(1) = 2{,}5\,\frac{\text{l}}{\text{min}}$

2) $r'(t) = 0{,}5 \cdot (6 - 2t) = 0 \;\Rightarrow\; t = 3\,\text{min}$

3) $r(3) = 4{,}5\,\frac{\text{l}}{\text{min}}$

4) $\int_0^6 r(t)\,dt = 0{,}5 \cdot \left[6\frac{t^2}{2} - \frac{t^3}{3}\right]_0^6 = 18\,\text{l}$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe Stochastik (10 P.)

1) $E(X) = 100 \cdot 0{,}7 = 70$

2) $P(X \le 61) \approx 0{,}034 \le 0{,}05, \quad P(X \le 62) \approx 0{,}053 > 0{,}05 \;\Rightarrow\; \overline{A} = \{0, \ldots, 61\}$

3) $\alpha = P(X \le 61) \approx 0{,}034$

4) $\beta = P_{p=0{,}6}(X \ge 62) = 1 - P(X \le 61) \approx 0{,}3822$

Aufgabe 8: Anwendungsaufgabe Geometrie (10 P.)

1) $|\overrightarrow{AS}| = \sqrt{4^2 + 4^2 + 3^2} = \sqrt{41} \approx 6{,}4\,\text{m}$

2) $V = \frac{1}{3} \cdot 8^2 \cdot 3 = 64\,\text{m}^3$

3) $\sin\alpha = \frac{3}{\sqrt{41}} \Rightarrow \alpha \approx 27{,}94^\circ$

4) $M\left(\frac{8+4}{2} \mid \frac{0+4}{2} \mid \frac{0+3}{2}\right) = M(6 \mid 2 \mid 1{,}5)$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0