Probe-Klausur Differentialrechnung

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = \frac{1}{5}x^2 - 2\sqrt{x}$ _____

2) $f(x) = -\frac{1}{5}x^4 + 5\sqrt{x}$ _____

3) $f(x) = -x^2 + \frac{2}{x^2}$ _____

4) $f(x) = -\frac{3}{5}x^3 + \frac{6}{x^3}$ _____

Aufgabe 2: Tangentengleichung (je 4 P.)

Bestimme die Gleichung der Tangente an den Graphen von f an der Stelle x0: t(x) = f'(x0)·(x – x0) + f(x0).

1) $f(x) = -5x^2 + 3x, \quad x_0 = 2$ _____

2) $f(x) = x^2 - 2x + 4, \quad x_0 = 0$ _____

Aufgabe 3: Polynomdivision (je 3 P.)

Führe die Polynomdivision schriftlich durch. Die Division geht ohne Rest auf.

1) $(x^3 - 2x^2 - 6x + 12) : (x - 2) =$ _____

2) $(x^3 - 5x^2 + 2x + 2) : (x - 1) =$ _____

Aufgabe 4: Extrempunkte (5 P.)

Bestimme alle Hoch- und Tiefpunkte. Schreibe sie so: H(1|2); T(3|-1).

1) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 3$ _____

Aufgabe 5: Wendetangente (5 P.)

Bestimme die Gleichung der Wendetangente (Tangente im Wendepunkt) in der Form t(x) = mx + b.

1) $f(x) = -2x^3 - 18x^2 - 58x - 71$ _____

Aufgabe 6: Steckbriefaufgaben (je 5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $H(2\,|\,4)$, $P(5\,|\,-5)$ _____

2) Grad 2: $P_1(-1\,|\,12)$, $P_2(2\,|\,6)$, $P_3(3\,|\,12)$ _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe (10 P.)

Ein Ball wird aus 1 m Höhe senkrecht nach oben geworfen. Seine Höhe über dem Boden (in Metern) nach t Sekunden beschreibt die Funktion $h(t) = -5t^2 + 15t + 1$. Den Luftwiderstand lassen wir weg. Tipp: Die größte Höhe ist der Hochpunkt des Graphen – dort ist die Ableitung $h'(t) = 0$.

1) Wie hoch ist der Ball nach 1 Sekunde? (2 P.) _____

2) Nach wie vielen Sekunden ist der Ball am höchsten? (3 P.) _____

3) Wie groß ist die größte Höhe? (2 P.) _____

4) Wann landet der Ball? (in Sekunden, auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

Lösungen: Probe-Klausur Differentialrechnung

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = \frac{2}{5}x - \frac{1}{\sqrt{x}}$

2) $f'(x) = -\frac{4}{5}x^3 + \frac{5}{2\sqrt{x}}$

3) $f'(x) = -2x - \frac{4}{x^3}$

4) $f'(x) = -\frac{9}{5}x^2 - \frac{18}{x^4}$

Aufgabe 2: Tangentengleichung (je 4 P.)

1) $t(x) = -17x + 20$

2) $t(x) = -2x + 4$

Aufgabe 3: Polynomdivision (je 3 P.)

1) $(x^3 - 2x^2 - 6x + 12) : (x - 2) = x^2 - 6$

2) $(x^3 - 5x^2 + 2x + 2) : (x - 1) = x^2 - 4x - 2$

Aufgabe 4: Extrempunkte (5 P.)

1) $H(1\,|\,1), \quad T(3\,|\,-3)$

Aufgabe 5: Wendetangente (5 P.)

1) $t(x) = -4x - 17$

Aufgabe 6: Steckbriefaufgaben (je 5 P.)

1) $f(x) = -x^2 + 4x$

2) $f(x) = 2x^2 - 4x + 6$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe (10 P.)

1) $h(1) = -5 + 15 + 1 = 11\,\text{m}$

2) $h'(t) = -10t + 15 = 0 \Rightarrow t = 1{,}5\,\text{s}$

3) $h(1{,}5) = 12{,}25\,\text{m}$

4) $-5t^2 + 15t + 1 = 0 \Rightarrow t \approx 3{,}07\,\text{s}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0