# Probe-Klausur Differentialrechnung

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

## Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = \frac{3}{4}x^4 + \frac{1}{x^2}$ _____

2) $f(x) = -\frac{4}{x} - \frac{1}{4}x^3$ _____

3) $f(x) = \frac{5}{2}x^4 - \frac{3}{x^2}$ _____

4) $f(x) = -\frac{1}{4}x^4 - 5\sqrt{x}$ _____

## Aufgabe 2: Tangentengleichung (je 4 P.)

Bestimme die Gleichung der Tangente an den Graphen von f an der Stelle x0: t(x) = f'(x0)·(x – x0) + f(x0).

1) $f(x) = -4x^2 - 2x, \quad x_0 = -3$ _____

2) $f(x) = -4x^2 - 4x - 2, \quad x_0 = -3$ _____

## Aufgabe 3: Polynomdivision (je 3 P.)

Führe die Polynomdivision schriftlich durch. Die Division geht ohne Rest auf.

1) $(x^3 + 6x^2 + 10x + 5) : (x + 1) =$ _____

2) $(2x^3 + 2x^2 - 16x - 12) : (x + 3) =$ _____

## Aufgabe 4: Extrempunkte (5 P.)

Bestimme alle Hoch- und Tiefpunkte. Schreibe sie so: H(1|2); T(3|-1).

1) $f(x) = -2x^3 + 15x^2 - 24x + 1$ _____

## Aufgabe 5: Wendetangente (5 P.)

Bestimme die Gleichung der Wendetangente (Tangente im Wendepunkt) in der Form t(x) = mx + b.

1) $f(x) = x^3 - 9x^2 + 27x - 31$ _____

## Aufgabe 6: Steckbriefaufgaben (je 5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $P_1(-2\,|\,-10)$, $P_2(2\,|\,-2)$, $P_3(3\,|\,-5)$ _____

2) Grad 2: $T(1\,|\,3)$, $P(3\,|\,11)$ _____

## Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe (10 P.)

Ein Ball wird aus 1 m Höhe senkrecht nach oben geworfen. Seine Höhe über dem Boden (in Metern) nach t Sekunden beschreibt die Funktion $h(t) = -5t^2 + 15t + 1$. Den Luftwiderstand lassen wir weg. Tipp: Die größte Höhe ist der Hochpunkt des Graphen – dort ist die Ableitung $h'(t) = 0$.

1) Wie hoch ist der Ball nach 1 Sekunde? (2 P.) _____

**2)** Nach wie vielen Sekunden ist der Ball am höchsten? (3 P.) _____

**3)** Wie groß ist die größte Höhe? (2 P.) _____

**4)** Wann landet der Ball? (in Sekunden, auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

# Lösungen: Probe-Klausur Differentialrechnung

## Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = 3x^3 - \frac{2}{x^3}$

2) $f'(x) = \frac{4}{x^2} - \frac{3}{4}x^2$

3) $f'(x) = 10x^3 + \frac{6}{x^3}$

4) $f'(x) = -x^3 - \frac{5}{2\sqrt{x}}$

## Aufgabe 2: Tangentengleichung (je 4 P.)

1) $t(x) = 22x + 36$

2) $t(x) = 20x + 34$

## Aufgabe 3: Polynomdivision (je 3 P.)

1) $(x^3 + 6x^2 + 10x + 5) : (x + 1) = x^2 + 5x + 5$

2) $(2x^3 + 2x^2 - 16x - 12) : (x + 3) = 2x^2 - 4x - 4$

## Aufgabe 4: Extrempunkte (5 P.)

1) $T(1 \mid -10)$, $H(4 \mid 17)$

## Aufgabe 5: Wendetangente (5 P.)

1) $t(x) = -4$

## Aufgabe 6: Steckbriefaufgaben (je 5 P.)

1) $f(x) = -x^2 + 2x - 2$

2) $f(x) = 2x^2 - 4x + 5$

## Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe (10 P.)

1) $h(1) = -5 + 15 + 1 = 11\,\text{m}$

2) $h'(t) = -10t + 15 = 0 \Rightarrow t = 1{,}5\,\text{s}$

3) $h(1{,}5) = 12{,}25\,\text{m}$

4) $-5t^2 + 15t + 1 = 0 \Rightarrow t \approx 3{,}07\,\text{s}$

### Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

| 15 P. | 14 P. | 13 P. | 12 P. | 11 P. | 10 P. | 9 P. | 8 P. | 7 P. | 6 P. | 5 P. | 4 P. | 3 P. | 2 P. | 1 P. | 0 P. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ab 50 | ab 47 | ab 45 | ab 42 | ab 39 | ab 37 | ab 34 | ab 32 | ab 29 | ab 26 | ab 24 | ab 21 | ab 18 | ab 15 | ab 11 | ab 0 |