# Probe-Klausur Differentialrechnung

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

## Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = -\frac{1}{x^2} - \frac{1}{2}x^4$ _____

2) $f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{1}{x^3}$ _____

3) $f(x) = -4\sqrt{x} - \frac{3}{5}x^3$ _____

4) $f(x) = \frac{2}{x} + \frac{2}{3}x^4$ _____

## Aufgabe 2: Tangentengleichung (je 4 P.)

Bestimme die Gleichung der Tangente an den Graphen von f an der Stelle x0: t(x) = f'(x0)·(x – x0) + f(x0).

1) $f(x) = -4x^2 + 5x - 4, \quad x_0 = -2$ _____

2) $f(x) = x^2 - 4x + 1, \quad x_0 = 3$ _____

## Aufgabe 3: Polynomdivision (je 3 P.)

Führe die Polynomdivision schriftlich durch. Die Division geht ohne Rest auf.

1) $(x^3 - 3x - 2) : (x - 2) =$ _____

2) $(2x^3 - 10x^2 + 5x + 12) : (x - 4) =$ _____

## Aufgabe 4: Extrempunkte (5 P.)

Bestimme alle Hoch- und Tiefpunkte. Schreibe sie so: H(1|2); T(3|-1).

1) $f(x) = -2x^3 + 15x^2 - 24x - 1$ _____

## Aufgabe 5: Wendetangente (5 P.)

Bestimme die Gleichung der Wendetangente (Tangente im Wendepunkt) in der Form t(x) = mx + b.

1) $f(x) = 2x^3 - 18x^2 + 53x - 56$ _____

## Aufgabe 6: Steckbriefaufgaben (je 5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $H(0\,|\,2)$, $P(3\,|\,-7)$ _____

2) Grad 2: $T(0\,|\,-3)$, $P(2\,|\,5)$ _____

## Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe (10 P.)

Ein Ball wird aus 5 m Höhe senkrecht nach oben geworfen. Seine Höhe über dem Boden (in Metern) nach t Sekunden beschreibt die Funktion $h(t) = -5t^2 + 10t + 5$. Den Luftwiderstand lassen wir weg. Tipp: Die größte Höhe ist der Hochpunkt des Graphen – dort ist die Ableitung $h'(t) = 0$.

1) Wie hoch ist der Ball nach 1 Sekunde? (2 P.) _____

**2)** Nach wie vielen Sekunden ist der Ball am höchsten? (3 P.) _____

**3)** Wie groß ist die größte Höhe? (2 P.) _____

**4)** Wann landet der Ball? (in Sekunden, auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

# Lösungen: Probe-Klausur Differentialrechnung

## Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

**1)** $f'(x) = \frac{2}{x^3} - 2x^3$

**2)** $f'(x) = -\frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{x^4}$

**3)** $f'(x) = -\frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{9}{5}x^2$

**4)** $f'(x) = -\frac{2}{x^2} + \frac{8}{3}x^3$

## Aufgabe 2: Tangentengleichung (je 4 P.)

**1)** $t(x) = 21x + 12$

**2)** $t(x) = 2x - 8$

## Aufgabe 3: Polynomdivision (je 3 P.)

**1)** $(x^3 - 3x - 2) : (x - 2) = x^2 + 2x + 1$

**2)** $(2x^3 - 10x^2 + 5x + 12) : (x - 4) = 2x^2 - 2x - 3$

## Aufgabe 4: Extrempunkte (5 P.)

**1)** $T(1 \mid -12)$, $H(4 \mid 15)$

## Aufgabe 5: Wendetangente (5 P.)

**1)** $t(x) = -x - 2$

## Aufgabe 6: Steckbriefaufgaben (je 5 P.)

**1)** $f(x) = -x^2 + 2$

**2)** $f(x) = 2x^2 - 3$

## Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe (10 P.)

**1)** $h(1) = -5 + 10 + 5 = 10\,\text{m}$

**2)** $h'(t) = -10t + 10 = 0 \Rightarrow t = 1\,\text{s}$

**3)** $h(1) = 10\,\text{m}$

**4)** $-5t^2 + 10t + 5 = 0 \Rightarrow t \approx 2{,}41\,\text{s}$

### Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

| 15 P. | 14 P. | 13 P. | 12 P. | 11 P. | 10 P. | 9 P. | 8 P. | 7 P. | 6 P. | 5 P. | 4 P. | 3 P. | 2 P. | 1 P. | 0 P. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ab 50 | ab 47 | ab 45 | ab 42 | ab 39 | ab 37 | ab 34 | ab 32 | ab 29 | ab 26 | ab 24 | ab 21 | ab 18 | ab 15 | ab 11 | ab 0 |