Probe-Klausur Differentialrechnung

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = -\frac{4}{3}x^4 + \frac{4}{x}$ _____

2) $f(x) = -\frac{2}{x^2} + \frac{1}{4}x^3$ _____

3) $f(x) = -\frac{1}{2}x^3 - 5\sqrt{x}$ _____

4) $f(x) = \frac{5}{x^2} + \frac{4}{5}x^3$ _____

Aufgabe 2: Tangentengleichung (je 4 P.)

Bestimme die Gleichung der Tangente an den Graphen von f an der Stelle x0: t(x) = f'(x0)·(x – x0) + f(x0).

1) $f(x) = -x^2 - 3, \quad x_0 = -1$ _____

2) $f(x) = -3x^2 - 4x - 3, \quad x_0 = -2$ _____

Aufgabe 3: Polynomdivision (je 3 P.)

Führe die Polynomdivision schriftlich durch. Die Division geht ohne Rest auf.

1) $(x^3 - x^2 + 6x - 6) : (x - 1) =$ _____

2) $(x^3 + 3x + 4) : (x + 1) =$ _____

Aufgabe 4: Extrempunkte (5 P.)

Bestimme alle Hoch- und Tiefpunkte. Schreibe sie so: H(1|2); T(3|-1).

1) $f(x) = -2x^3 + 12x^2 - 2$ _____

Aufgabe 5: Wendetangente (5 P.)

Bestimme die Gleichung der Wendetangente (Tangente im Wendepunkt) in der Form t(x) = mx + b.

1) $f(x) = -2x^3 - 18x^2 - 57x - 63$ _____

Aufgabe 6: Steckbriefaufgaben (je 5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $T(-1\,|\,2)$, $P(0\,|\,4)$ _____

2) Grad 2: $P_1(-1\,|\,-7)$, $P_2(0\,|\,-13)$, $P_3(3\,|\,-55)$ _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe (10 P.)

Ein Ball wird aus 2 m Höhe senkrecht nach oben geworfen. Seine Höhe über dem Boden (in Metern) nach t Sekunden beschreibt die Funktion $h(t) = -5t^2 + 25t + 2$. Den Luftwiderstand lassen wir weg. Tipp: Die größte Höhe ist der Hochpunkt des Graphen – dort ist die Ableitung $h'(t) = 0$.

1) Wie hoch ist der Ball nach 1 Sekunde? (2 P.) _____

2) Nach wie vielen Sekunden ist der Ball am höchsten? (3 P.) _____

3) Wie groß ist die größte Höhe? (2 P.) _____

4) Wann landet der Ball? (in Sekunden, auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

Lösungen: Probe-Klausur Differentialrechnung

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = -\frac{16}{3}x^3 - \frac{4}{x^2}$

2) $f'(x) = \frac{4}{x^3} + \frac{3}{4}x^2$

3) $f'(x) = -\frac{3}{2}x^2 - \frac{5}{2\sqrt{x}}$

4) $f'(x) = -\frac{10}{x^3} + \frac{12}{5}x^2$

Aufgabe 2: Tangentengleichung (je 4 P.)

1) $t(x) = 2x - 2$

2) $t(x) = 8x + 9$

Aufgabe 3: Polynomdivision (je 3 P.)

1) $(x^3 - x^2 + 6x - 6) : (x - 1) = x^2 + 6$

2) $(x^3 + 3x + 4) : (x + 1) = x^2 - x + 4$

Aufgabe 4: Extrempunkte (5 P.)

1) $T(0 \mid -2), \quad H(4 \mid 62)$

Aufgabe 5: Wendetangente (5 P.)

1) $t(x) = -3x - 9$

Aufgabe 6: Steckbriefaufgaben (je 5 P.)

1) $f(x) = 2x^2 + 4x + 4$

2) $f(x) = -2x^2 - 8x - 13$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe (10 P.)

1) $h(1) = -5 + 25 + 2 = 22\,\text{m}$

2) $h'(t) = -10t + 25 = 0 \Rightarrow t = 2{,}5\,\text{s}$

3) $h(2{,}5) = 33{,}25\,\text{m}$

4) $-5t^2 + 25t + 2 = 0 \Rightarrow t \approx 5{,}08\,\text{s}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0