Probe-Klausur Differentialrechnung

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = \frac{1}{3}x^2 + 2\sqrt{x}$ _____

2) $f(x) = -6\sqrt{x} - \frac{1}{3}x^3$ _____

3) $f(x) = -\frac{5}{x^3} + \frac{5}{2}x^3$ _____

4) $f(x) = -\frac{3}{4}x^2 + \frac{4}{x^2}$ _____

Aufgabe 2: Tangentengleichung (je 4 P.)

Bestimme die Gleichung der Tangente an den Graphen von f an der Stelle x0: t(x) = f'(x0)·(x – x0) + f(x0).

1) $f(x) = -4x^2 - 4x, \quad x_0 = -1$ _____

2) $f(x) = -3x^2 - 2x, \quad x_0 = 1$ _____

Aufgabe 3: Polynomdivision (je 3 P.)

Führe die Polynomdivision schriftlich durch. Die Division geht ohne Rest auf.

1) $(2x^3 - 12x^2 + 19x - 12) : (x - 4) =$ _____

2) $(2x^3 - 2x^2 - 5x - 1) : (x + 1) =$ _____

Aufgabe 4: Extrempunkte (5 P.)

Bestimme alle Hoch- und Tiefpunkte. Schreibe sie so: H(1|2); T(3|-1).

1) $f(x) = 2x^3 - 21x^2 + 60x - 3$ _____

Aufgabe 5: Wendetangente (5 P.)

Bestimme die Gleichung der Wendetangente (Tangente im Wendepunkt) in der Form t(x) = mx + b.

1) $f(x) = x^3 - 3x^2 + x - 3$ _____

Aufgabe 6: Steckbriefaufgaben (je 5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $H(-1\,|\,3)$, $P(1\,|\,-1)$ _____

2) Grad 2: $T(0\,|\,-4)$, $P(2\,|\,4)$ _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe (10 P.)

Ein Federball wird geschlagen. Seine Flugbahn beschreibt $h(x) = -0{,}05x^2 + 0{,}5x + 2$. Dabei ist x die waagerechte Entfernung vom Abschlagpunkt und h(x) die Höhe über dem Boden (beides in Metern). Das Netz ist 1,55 m hoch und steht bei x = 6. Tipp: Der Auftreffwinkel ist der Winkel zwischen Flugbahn und Boden. Du bekommst ihn über die Steigung: tan(alpha) = |h´(x)|.

1) Höchster Punkt der Flugbahn (x und Höhe) (3 P.) _____

2) Wie hoch fliegt der Ball über das Netz hinweg? (in m, 2 Stellen) (2 P.) _____

3) In welcher Entfernung trifft der Ball auf den Boden? (2 Stellen) (3 P.) _____

4) Unter welchem Winkel trifft der Ball auf? (2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Probe-Klausur Differentialrechnung

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = \frac{2}{3}x + \frac{1}{\sqrt{x}}$

2) $f'(x) = -\frac{3}{\sqrt{x}} - x^2$

3) $f'(x) = \frac{15}{x^4} + \frac{15}{2}x^2$

4) $f'(x) = -\frac{3}{2}x - \frac{8}{x^3}$

Aufgabe 2: Tangentengleichung (je 4 P.)

1) $t(x) = 4x + 4$

2) $t(x) = -8x + 3$

Aufgabe 3: Polynomdivision (je 3 P.)

1) $(2x^3 - 12x^2 + 19x - 12) : (x - 4) = 2x^2 - 4x + 3$

2) $(2x^3 - 2x^2 - 5x - 1) : (x + 1) = 2x^2 - 4x - 1$

Aufgabe 4: Extrempunkte (5 P.)

1) $H(2\,|\,49)$, $T(5\,|\,22)$

Aufgabe 5: Wendetangente (5 P.)

1) $t(x) = -2x - 2$

Aufgabe 6: Steckbriefaufgaben (je 5 P.)

1) $f(x) = -x^2 - 2x + 2$

2) $f(x) = 2x^2 - 4$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe (10 P.)

1) $h'(x) = -0{,}1x + 0{,}5 = 0 \Rightarrow x = 5$, $h(5) = 3{,}25 \Rightarrow (5\,|\,3{,}25)$

2) $h(6) - 1{,}55 = 3{,}2 - 1{,}55 = 1{,}65$

3) $h(x) = 0 \Rightarrow x \approx 13{,}06\,\text{m}$ (die negative Lösung passt nicht)

4) $\tan\alpha = |h'(13{,}06)| \approx 0{,}806 \Rightarrow \alpha \approx 38{,}88^\circ$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0