

Probe-Klausur Differentialrechnung

Name: _____

Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Punkte: _____ von 52

Note: _____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. $4/x = 4 \cdot x^{-1}$.

1) $f(x) = 6\sqrt{x} + x^2$ _____

2) $f(x) = x^2 + \frac{2}{x^2}$ _____

3) $f(x) = \frac{6}{x^2} - x^4$ _____

4) $f(x) = \frac{6}{x} - \frac{1}{2}x^3$ _____

Aufgabe 2: Tangentengleichung (je 4 P.)

Bestimme die Gleichung der Tangente an den Graphen von f an der Stelle x_0 : $t(x) = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0)$.

1) $f(x) = 2x^2 + x - 3$, $x_0 = 3$ _____

2) $f(x) = 3x^2 + 3$, $x_0 = 1$ _____

Aufgabe 3: Polynomdivision (je 3 P.)

Führe die Polynomdivision schriftlich durch. Die Division geht ohne Rest auf.

1) $(x^3 - 5x^2 + 2x + 12) : (x - 3) =$ _____

2) $(x^3 - x^2 - 4x + 4) : (x - 2) =$ _____

Aufgabe 4: Extrempunkte (5 P.)

Bestimme alle Hoch- und Tiefpunkte. Schreibe sie so: H(1|2); T(3|-1).

1) $f(x) = 2x^3 + 21x^2 + 72x - 5$ _____

Aufgabe 5: Wendetangente (5 P.)

Bestimme die Gleichung der Wendetangente (Tangente im Wendepunkt) in der Form $t(x) = mx + b$.

1) $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 6x + 9$ _____

Aufgabe 6: Steckbriefaufgaben (je 5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $P_1(-2 | -2)$, $P_2(1 | 16)$, $P_3(3 | 48)$ _____

2) Grad 2: $H(3 | 0)$, $P(6 | -18)$ _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe (10 P.)

Ein Federball wird geschlagen. Seine Flugbahn beschreibt $h(x) = -0,08x^2 + 0,64x + 1,5$. Dabei ist x die waagerechte Entfernung vom Abschlagpunkt und $h(x)$ die Höhe über dem Boden (beides in Metern). Das Netz ist 1,55 m hoch und steht bei $x = 5$. Tipp: Der Auftreffwinkel ist der Winkel zwischen Flugbahn und Boden. Du bekommst ihn über die Steigung: $\tan(\alpha) = |h'(x)|$.

1) Höchster Punkt der Flugbahn (x und Höhe) (3 P.) _____

2) Wie hoch fliegt der Ball über das Netz hinweg? (in m, 2 Stellen) (2 P.) _____

3) In welcher Entfernung trifft der Ball auf den Boden? (2 Stellen) (3 P.) _____

4) Unter welchem Winkel trifft der Ball auf? (2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Probe-Klausur Differentialrechnung

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = \frac{3}{\sqrt{x}} + 2x$

2) $f'(x) = 2x - \frac{4}{x^3}$

3) $f'(x) = \frac{12}{x^3} - 4x^3$

4) $f'(x) = -\frac{6}{x^2} - \frac{3}{2}x^2$

Aufgabe 2: Tangentengleichung (je 4 P.)

1) $t(x) = 13x - 21$

2) $t(x) = 6x$

Aufgabe 3: Polynomdivision (je 3 P.)

1) $(x^3 - 5x^2 + 2x + 12) : (x - 3) = x^2 - 2x - 4$

2) $(x^3 - x^2 - 4x + 4) : (x - 2) = x^2 + x - 2$

Aufgabe 4: Extrempunkte (5 P.)

1) $H(-4 \mid -85), \quad T(-3 \mid -86)$

Aufgabe 5: Wendetangente (5 P.)

1) $t(x) = -3x + 8$

Aufgabe 6: Steckbriefaufgaben (je 5 P.)

1) $f(x) = 2x^2 + 8x + 6$

2) $f(x) = -2x^2 + 12x - 18$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe (10 P.)

1) $h'(x) = -0,16x + 0,64 = 0 \Rightarrow x = 4, \quad h(4) = 2,78 \Rightarrow (4 \mid 2,78)$

2) $h(5) - 1,55 = 2,7 - 1,55 = 1,15$

3) $h(x) = 0 \Rightarrow x \approx 9,89 \text{ m}$ (die negative Lösung passt nicht)

4) $\tan \alpha = |h'(9,89)| \approx 0,943 \Rightarrow \alpha \approx 43,33^\circ$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0