Probe-Klausur Differentialrechnung

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = \frac{2}{3}x^4 + 2\sqrt{x}$ _____

2) $f(x) = \frac{1}{x^3} + \frac{5}{4}x^3$ _____

3) $f(x) = \frac{3}{2}x^3 + \frac{1}{x}$ _____

4) $f(x) = \frac{2}{x^3} + \frac{3}{5}x^3$ _____

Aufgabe 2: Tangentengleichung (je 4 P.)

Bestimme die Gleichung der Tangente an den Graphen von f an der Stelle x0: t(x) = f'(x0)·(x – x0) + f(x0).

1) $f(x) = 5x^2 + 2x - 3, \quad x_0 = 2$ _____

2) $f(x) = 5x^2 + 4x + 4, \quad x_0 = 0$ _____

Aufgabe 3: Polynomdivision (je 3 P.)

Führe die Polynomdivision schriftlich durch. Die Division geht ohne Rest auf.

1) $(2x^3 + 4x^2 + 8x + 6) : (x + 1) =$ _____

2) $(x^3 - 3x^2 + 6x - 18) : (x - 3) =$ _____

Aufgabe 4: Extrempunkte (5 P.)

Bestimme alle Hoch- und Tiefpunkte. Schreibe sie so: H(1|2); T(3|-1).

1) $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 24x - 4$ _____

Aufgabe 5: Wendetangente (5 P.)

Bestimme die Gleichung der Wendetangente (Tangente im Wendepunkt) in der Form t(x) = mx + b.

1) $f(x) = x^3 - 9x^2 + 28x - 26$ _____

Aufgabe 6: Steckbriefaufgaben (je 5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $P_1(-2\,|\,30)$, $P_2(0\,|\,6)$, $P_3(2\,|\,-2)$ _____

2) Grad 2: $T(-1\,|\,5)$, $P(-3\,|\,9)$ _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe (10 P.)

Gegeben ist die Funktion f mit f(x) = x³ – 27x – 2. Ihr Graph heißt G. Diese Aufgabe ist ohne Taschenrechner lösbar. Tipp: Extrempunkte: f´(x) = 0 lösen und mit f´´ prüfen. Wendepunkt: f´´(x) = 0. Die Wendetangente hat die Steigung m = f´(x_W).

1) Schnittpunkt von G mit der y-Achse (1 P.) _____

2) Hoch- und Tiefpunkt von G (Schreibweise: H(…|…); T(…|…)) (4 P.) _____

3) Wendepunkt von G (2 P.) _____

4) Gleichung der Wendetangente (3 P.) _____

Lösungen: Probe-Klausur Differentialrechnung

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = \frac{8}{3}x^3 + \frac{1}{\sqrt{x}}$

2) $f'(x) = -\frac{3}{x^4} + \frac{15}{4}x^2$

3) $f'(x) = \frac{9}{2}x^2 - \frac{1}{x^2}$

4) $f'(x) = -\frac{6}{x^4} + \frac{9}{5}x^2$

Aufgabe 2: Tangentengleichung (je 4 P.)

1) $t(x) = 22x - 23$

2) $t(x) = 4x + 4$

Aufgabe 3: Polynomdivision (je 3 P.)

1) $(2x^3 + 4x^2 + 8x + 6) : (x + 1) = 2x^2 + 2x + 6$

2) $(x^3 - 3x^2 + 6x - 18) : (x - 3) = x^2 + 6$

Aufgabe 4: Extrempunkte (5 P.)

1) $H(1 \mid 7), \quad T(4 \mid -20)$

Aufgabe 5: Wendetangente (5 P.)

1) $t(x) = x + 1$

Aufgabe 6: Steckbriefaufgaben (je 5 P.)

1) $f(x) = 2x^2 - 8x + 6$

2) $f(x) = x^2 + 2x + 6$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe (10 P.)

1) $f(0) = -2 \Rightarrow S_y(0 \mid -2)$

2) $f'(x) = 3x^2 - 27 = 3(x + 3)(x - 3) = 0, \quad f''(-3) < 0,\ f''(3) > 0 \Rightarrow H(-3 \mid 52),\ T(3 \mid -56)$

3) $f''(x) = 6x = 0 \Rightarrow W(0 \mid -2)$

4) $m = f'(0) = -27 \Rightarrow t(x) = -27x - 2$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0