# Probe-Klausur Differentialrechnung

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

## Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = \frac{5}{2}x^3 - \frac{4}{x^2}$ _____

2) $f(x) = \frac{4}{x} - x^3$ _____

3) $f(x) = \frac{4}{x} + \frac{1}{3}x^2$ _____

4) $f(x) = \frac{4}{3}x^3 + \frac{2}{x^3}$ _____

## Aufgabe 2: Tangentengleichung (je 4 P.)

Bestimme die Gleichung der Tangente an den Graphen von f an der Stelle x0: t(x) = f'(x0)·(x – x0) + f(x0).

1) $f(x) = 2x^2 - 5x, \quad x_0 = 0$ _____

2) $f(x) = -x^2 + 1, \quad x_0 = 2$ _____

## Aufgabe 3: Polynomdivision (je 3 P.)

Führe die Polynomdivision schriftlich durch. Die Division geht ohne Rest auf.

1) $(x^3 + 2x^2 - 2x - 1) : (x - 1) =$ _____

2) $(2x^3 - 13x^2 + 15x + 20) : (x - 4) =$ _____

## Aufgabe 4: Extrempunkte (5 P.)

Bestimme alle Hoch- und Tiefpunkte. Schreibe sie so: H(1|2); T(3|-1).

1) $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 9x + 5$ _____

## Aufgabe 5: Wendetangente (5 P.)

Bestimme die Gleichung der Wendetangente (Tangente im Wendepunkt) in der Form t(x) = mx + b.

1) $f(x) = -x^3 - 6x^2 - 15x - 18$ _____

## Aufgabe 6: Steckbriefaufgaben (je 5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $H(1\,|\,0)$, $P(3\,|\,-8)$ _____

2) Grad 2: $P_1(-1\,|\,14)$, $P_2(0\,|\,4)$, $P_3(1\,|\,-2)$ _____

## Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe (10 P.)

Ein Federball wird geschlagen. Seine Flugbahn beschreibt $h(x) = -0{,}05x^2 + 0{,}4x + 2$. Dabei ist x die waagerechte Entfernung vom Abschlagpunkt und h(x) die Höhe über dem Boden (beides in Metern). Das Netz ist 1,55 m hoch und steht bei x = 6. Tipp: Der Auftreffwinkel ist der Winkel zwischen Flugbahn und Boden. Du bekommst ihn über die Steigung: tan(alpha) = |h´(x)|.

1) Höchster Punkt der Flugbahn (x und Höhe) (3 P.) _____

**2)** Wie hoch fliegt der Ball über das Netz hinweg? (in m, 2 Stellen) (2 P.) _____

**3)** In welcher Entfernung trifft der Ball auf den Boden? (2 Stellen) (3 P.) _____

**4)** Unter welchem Winkel trifft der Ball auf? (2 Stellen) (2 P.) _____

# Lösungen: Probe-Klausur Differentialrechnung

## Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = \frac{15}{2}x^2 + \frac{8}{x^3}$

2) $f'(x) = -\frac{4}{x^2} - 3x^2$

3) $f'(x) = -\frac{4}{x^2} + \frac{2}{3}x$

4) $f'(x) = 4x^2 - \frac{6}{x^4}$

## Aufgabe 2: Tangentengleichung (je 4 P.)

1) $t(x) = -5x$

2) $t(x) = -4x + 5$

## Aufgabe 3: Polynomdivision (je 3 P.)

1) $(x^3 + 2x^2 - 2x - 1) : (x - 1) = x^2 + 3x + 1$

2) $(2x^3 - 13x^2 + 15x + 20) : (x - 4) = 2x^2 - 5x - 5$

## Aufgabe 4: Extrempunkte (5 P.)

1) $T(-3 \mid -22)$, $H(1 \mid 10)$

## Aufgabe 5: Wendetangente (5 P.)

1) $t(x) = -3x - 10$

## Aufgabe 6: Steckbriefaufgaben (je 5 P.)

1) $f(x) = -2x^2 + 4x - 2$

2) $f(x) = 2x^2 - 8x + 4$

## Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe (10 P.)

1) $h'(x) = -0{,}1x + 0{,}4 = 0 \Rightarrow x = 4$, $h(4) = 2{,}8 \Rightarrow (4 \mid 2{,}8)$

2) $h(6) - 1{,}55 = 2{,}6 - 1{,}55 = 1{,}05$

3) $h(x) = 0 \Rightarrow x \approx 11{,}48\,\text{m}$ (die negative Lösung passt nicht)

4) $\tan\alpha = |h'(11{,}48)| \approx 0{,}748 \Rightarrow \alpha \approx 36{,}81^\circ$

### Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

| 15 P. | 14 P. | 13 P. | 12 P. | 11 P. | 10 P. | 9 P. | 8 P. | 7 P. | 6 P. | 5 P. | 4 P. | 3 P. | 2 P. | 1 P. | 0 P. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ab 50 | ab 47 | ab 45 | ab 42 | ab 39 | ab 37 | ab 34 | ab 32 | ab 29 | ab 26 | ab 24 | ab 21 | ab 18 | ab 15 | ab 11 | ab 0 |