Probe-Klausur Differentialrechnung

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 52 Note: ____

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

Bilde die erste Ableitung. Tipp: Schreibe Brüche vorher als Potenz mit negativer Hochzahl, z. B. 4/x = 4 · x^(–1).

1) $f(x) = \frac{1}{x^2} - x^4$ _____

2) $f(x) = -3\sqrt{x} + \frac{4}{3}x^4$ _____

3) $f(x) = \frac{3}{2}x^3 - \frac{1}{x^2}$ _____

4) $f(x) = -\frac{1}{4}x^4 + 3\sqrt{x}$ _____

Aufgabe 2: Tangentengleichung (je 4 P.)

Bestimme die Gleichung der Tangente an den Graphen von f an der Stelle x0: t(x) = f'(x0)·(x – x0) + f(x0).

1) $f(x) = -x^2 + 1, \quad x_0 = -1$ _____

2) $f(x) = -3x^2 + 5x - 5, \quad x_0 = 0$ _____

Aufgabe 3: Polynomdivision (je 3 P.)

Führe die Polynomdivision schriftlich durch. Die Division geht ohne Rest auf.

1) $(2x^3 + x^2 + 1) : (x + 1) =$ _____

2) $(x^3 + 2x^2 - 5x + 2) : (x - 1) =$ _____

Aufgabe 4: Extrempunkte (5 P.)

Bestimme alle Hoch- und Tiefpunkte. Schreibe sie so: H(1|2); T(3|-1).

1) $f(x) = x^3 - 3x - 5$ _____

Aufgabe 5: Wendetangente (5 P.)

Bestimme die Gleichung der Wendetangente (Tangente im Wendepunkt) in der Form t(x) = mx + b.

1) $f(x) = -x^3 + 9x^2 - 28x + 32$ _____

Aufgabe 6: Steckbriefaufgaben (je 5 P.)

Bestimme die Funktionsgleichung aus den angegebenen Eigenschaften. H = Hochpunkt, T = Tiefpunkt, W = Wendepunkt, P = Punkt auf dem Graphen.

1) Grad 2: $P_1(1\,|\,0)$, $P_2(2\,|\,1)$, $P_3(3\,|\,4)$ _____

2) Grad 2: $P_1(-2\,|\,-2)$, $P_2(2\,|\,14)$, $P_3(3\,|\,28)$ _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe (10 P.)

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^3 - 3x^2$. Ihr Graph heißt G. Diese Aufgabe ist ohne Taschenrechner lösbar. Tipp: Extrempunkte: $f'(x) = 0$ lösen und mit f'' prüfen. Wendepunkt: $f''(x) = 0$. Die Wendetangente hat die Steigung $m = f'(x_W)$.

1) Schnittpunkt von G mit der y-Achse (1 P.) _____

2) Hoch- und Tiefpunkt von G (Schreibweise: H(…|…); T(…|…)) (4 P.) _____

3) Wendepunkt von G (2 P.) _____

4) Gleichung der Wendetangente (3 P.) _____

Lösungen: Probe-Klausur Differentialrechnung

Aufgabe 1: Ableitungen (je 2 P.)

1) $f'(x) = -\frac{2}{x^3} - 4x^3$

2) $f'(x) = -\frac{3}{2\sqrt{x}} + \frac{16}{3}x^3$

3) $f'(x) = \frac{9}{2}x^2 + \frac{2}{x^3}$

4) $f'(x) = -x^3 + \frac{3}{2\sqrt{x}}$

Aufgabe 2: Tangentengleichung (je 4 P.)

1) $t(x) = 2x + 2$

2) $t(x) = 5x - 5$

Aufgabe 3: Polynomdivision (je 3 P.)

1) $(2x^3 + x^2 + 1) : (x + 1) = 2x^2 - x + 1$

2) $(x^3 + 2x^2 - 5x + 2) : (x - 1) = x^2 + 3x - 2$

Aufgabe 4: Extrempunkte (5 P.)

1) $H(-1 \mid -3), \quad T(1 \mid -7)$

Aufgabe 5: Wendetangente (5 P.)

1) $t(x) = -x + 5$

Aufgabe 6: Steckbriefaufgaben (je 5 P.)

1) $f(x) = x^2 - 2x + 1$

2) $f(x) = 2x^2 + 4x - 2$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe (10 P.)

1) $f(0) = 0 \Rightarrow S_y(0 \mid 0)$

2) $f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x \cdot (x - 2) = 0, \quad f''(0) < 0,\ f''(2) > 0 \Rightarrow H(0 \mid 0),\ T(2 \mid -4)$

3) $f''(x) = 6x - 6 = 0 \Rightarrow W(1 \mid -2)$

4) $m = f'(1) = -3 \Rightarrow t(x) = -3x + 1$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 50	ab 47	ab 45	ab 42	ab 39	ab 37	ab 34	ab 32	ab 29	ab 26	ab 24	ab 21	ab 18	ab 15	ab 11	ab 0