# Probe-Klausur Integralrechnung

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 43 Note: ____

## Aufgabe 1: Stammfunktionen (je 2 P.)

Bestimme eine Stammfunktion F. Vergiss die Integrationskonstante C nicht. Kontrolle: F'(x) muss wieder f(x) ergeben.

1) $f(x) = -6x - 7$ _____

2) $f(x) = 8x - 4$ _____

3) $f(x) = -6x^2 - 9x - 4$ _____

4) $f(x) = 7x^3 - 4x^2 - 8x$ _____

## Aufgabe 2: Bestimmte Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_0^3 (-3x^3 + 4x + 1)\,dx =$ _____

2) $\int_2^3 (-6x^3 + 3x)\,dx =$ _____

3) $\int_0^1 (-2x^2 + 4x + 4)\,dx =$ _____

## Aufgabe 3: Fläche zwischen Graphen (je 5 P.)

Berechne den Inhalt der Fläche, die die Graphen von f und g einschließen. Gib das Ergebnis exakt als Bruch an.

1) $f(x) = x^2 + 4x + 3, \quad g(x) = 2x + 3$ _____

**2)** $f(x) = -x^2 - x - 3, \quad g(x) = -2x - 3$ _____

## Aufgabe 4: Ableiten (Wiederholung) (je 3 P.)

Bilde die erste Ableitung mit Produkt- und Kettenregel. Vereinfache so weit wie sinnvoll.

**1)** $f(x) = -5e^{5x}$

**2)** $f(x) = -5e^{-x}$

## Aufgabe 5: Anwendungsaufgabe (10 P.)

Gegeben ist die Funktionenschar f_a(x) = 2·(x³ – 3a·x²) + 2 mit a > 0. Tipp: Der Parameter a ist eine feste Zahl, die Du nur nicht kennst – leite ab wie gewohnt. Für die Ortskurve stellst Du x_T = … nach a um und setzt in y_T ein.

**1)** x-Koordinate des Tiefpunkts (Term mit a) (2 P.) _____

**2)** y-Koordinate des Tiefpunkts (Term mit a) (2 P.) _____

**3)** Gleichung der Ortskurve aller Tiefpunkte (3 P.) _____

**4)** Für welches a liegt der Tiefpunkt auf der Höhe $y = -6$? (3 P.) _____

# Lösungen: Probe-Klausur Integralrechnung

## Aufgabe 1: Stammfunktionen (je 2 P.)

**1)** $F(x) = -3x^2 - 7x + C$

**2)** $F(x) = 4x^2 - 4x + C$

**3)** $F(x) = -2x^3 - \frac{9}{2}x^2 - 4x + C$

**4)** $F(x) = \frac{7}{4}x^4 - \frac{4}{3}x^3 - 4x^2 + C$

## Aufgabe 2: Bestimmte Integrale (je 3 P.)

**1)** $\int_0^3 (-3x^3 + 4x + 1)\,dx = -\frac{159}{4}$

**2)** $\int_2^3 (-6x^3 + 3x)\,dx = -90$

**3)** $\int_0^1 (-2x^2 + 4x + 4)\,dx = \frac{16}{3}$

## Aufgabe 3: Fläche zwischen Graphen (je 5 P.)

**1)** $A = \frac{4}{3}$

**2)** $A = \frac{1}{6}$

## Aufgabe 4: Ableiten (Wiederholung) (je 3 P.)

**1)** $f'(x) = -25e^{5x}$

**2)** $f'(x) = 5e^{-x}$

## Aufgabe 5: Anwendungsaufgabe (10 P.)

**1)** $f_a'(x) = 6x^2 - 12a\,x = 6x(x - 2a) = 0, \quad f_a''(2a) = 12a > 0 \Rightarrow x_T = 2a$

**2)** $f_a(2a) = 2(8a^3 - 12a^3) + 2 = -8a^3 + 2$

**3)** $x = 2a \Rightarrow a = \frac{x}{2} \Rightarrow y = -8\left(\frac{x}{2}\right)^3 + 2 = -x^3 + 2$

**4)** $-8a^3 + 2 = -6 \Rightarrow a^3 = 1 \Rightarrow a = 1$

### Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

| 15 P. | 14 P. | 13 P. | 12 P. | 11 P. | 10 P. | 9 P. | 8 P. | 7 P. | 6 P. | 5 P. | 4 P. | 3 P. | 2 P. | 1 P. | 0 P. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ab 41 | ab 39 | ab 37 | ab 35 | ab 33 | ab 31 | ab 28 | ab 26 | ab 24 | ab 22 | ab 20 | ab 18 | ab 15 | ab 12 | ab 9 | ab 0 |