

Probe-Klausur Integralrechnung

Name: _____

Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Punkte: _____ von 43

Note: _____

Aufgabe 1: Stammfunktionen (je 2 P.)

Bestimme eine Stammfunktion F . Vergiss die Integrationskonstante C nicht. Kontrolle: $F'(x)$ muss wieder $f(x)$ ergeben.

1) $f(x) = 8x^4 + 9x$ _____

2) $f(x) = 6x^3 - 7x^2 + 5x$ _____

3) $f(x) = 6x - 2$ _____

4) $f(x) = 9x^2 - 9x + 7$ _____

Aufgabe 2: Bestimmte Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: $F(b) - F(a)$. Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_0^3 (4x^2 + 2x) dx =$ _____

2) $\int_2^4 (6x^3 + 7) dx =$ _____

3) $\int_2^3 (-6x^2) dx =$ _____

Aufgabe 3: Fläche zwischen Graphen (je 5 P.)

Berechne den Inhalt der Fläche, die die Graphen von f und g einschließen. Gib das Ergebnis exakt als Bruch an.

1) $f(x) = -2x^2 - 7x - 7, \quad g(x) = x - 1$ _____

2) $f(x) = 2x^2 - 6x + 5$, $g(x) = 2x - 1$ _____

Aufgabe 4: Ableiten (Wiederholung) (je 3 P.)

Bilde die erste Ableitung mit Produkt- und Kettenregel. Vereinfache so weit wie sinnvoll.

1) $f(x) = (x^2 - 2)^3$

2) $f(x) = x e^x$

Aufgabe 5: Anwendungsaufgabe (10 P.)

In einem Speicher sind zu Beginn ($t = 0$) 80 m^3 Wasser. Die Änderungsrate des Wasservolumens beträgt $r(t) = 2 \cdot (6 - t)$ in m^3 pro Stunde (t in Stunden). Positive Werte bedeuten Zufluss, negative Abfluss. Tipp: Das Volumen ist der Anfangsbestand plus die Integralfunktion der Rate: $V(t) = 80 + \int_0^t r(s) \text{ ds}$. Am meisten Wasser ist im Speicher, wenn die Rate von positiv zu negativ wechselt.

1) Gib das Volumen $V(t)$ als Term an. (3 P.) _____

2) Zu welchem Zeitpunkt ist am meisten Wasser im Speicher? (2 P.) _____

3) Wie viel Wasser ist dann im Speicher? (3 P.) _____

4) Wann ist wieder so viel Wasser im Speicher wie am Anfang? (2 P.) _____

Lösungen: Probe-Klausur Integralrechnung

Aufgabe 1: Stammfunktionen (je 2 P.)

1) $F(x) = \frac{8}{5}x^5 + \frac{9}{2}x^2 + C$

2) $F(x) = \frac{3}{2}x^4 - \frac{7}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2 + C$

3) $F(x) = 3x^2 - 2x + C$

4) $F(x) = 3x^3 - \frac{9}{2}x^2 + 7x + C$

Aufgabe 2: Bestimmte Integrale (je 3 P.)

1) $\int_0^3 (4x^2 + 2x) dx = 45$

2) $\int_2^4 (6x^3 + 7) dx = 374$

3) $\int_2^3 (-6x^2) dx = -38$

Aufgabe 3: Fläche zwischen Graphen (je 5 P.)

1) $A = \frac{8}{3}$

2) $A = \frac{8}{3}$

Aufgabe 4: Ableiten (Wiederholung) (je 3 P.)

1) $f'(x) = 6x(x^2 - 2)^2$

2) $f'(x) = e^x(x + 1)$

Aufgabe 5: Anwendungsaufgabe (10 P.)

1) $V(t) = 80 + \int_0^t 2(6 - s) ds = 80 + 12t - 1t^2$

2) $r(t) = 0 \Rightarrow t = 6 \text{ h}$ (Vorzeichenwechsel von + nach -)

3) $V(6) = 80 + 72 - 36 = 116 \text{ m}^3$

4) $V(t) = 80 \Rightarrow 12t - 1t^2 = 0 \Rightarrow t = 12 \text{ h}$ ($t = 0$ ist der Anfang)

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 41	ab 39	ab 37	ab 35	ab 33	ab 31	ab 28	ab 26	ab 24	ab 22	ab 20	ab 18	ab 15	ab 12	ab 9	ab 0