# Probe-Klausur Integralrechnung

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 43 Note: ____

## Aufgabe 1: Stammfunktionen (je 2 P.)

Bestimme eine Stammfunktion F. Vergiss die Integrationskonstante C nicht. Kontrolle: F'(x) muss wieder f(x) ergeben.

1) $f(x) = 2x^3 + 9x^2 - 9$ _____

2) $f(x) = 3x^3 + 2x$ _____

3) $f(x) = x^4 - 8x - 5$ _____

4) $f(x) = -9x^2 - 5$ _____

## Aufgabe 2: Bestimmte Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_0^2 (-8x^2 - x)\,dx =$ _____

2) $\int_1^3 (5x^2 - 5x)\,dx =$ _____

3) $\int_0^1 (-7x^3 + 7x^2 + 7)\,dx =$ _____

## Aufgabe 3: Fläche zwischen Graphen (je 5 P.)

Berechne den Inhalt der Fläche, die die Graphen von f und g einschließen. Gib das Ergebnis exakt als Bruch an.

1) $f(x) = -2x^2 + 3x + 2, \quad g(x) = -3x + 2$ _____

**2)** $f(x) = -x^2 + 2x + 4, \quad g(x) = 1$ _____

## Aufgabe 4: Ableiten (Wiederholung) (je 3 P.)

Bilde die erste Ableitung mit Produkt- und Kettenregel. Vereinfache so weit wie sinnvoll.

**1)** $f(x) = \ln(5x + 4)$

**2)** $f(x) = 3e^{2x}$

## Aufgabe 5: Anwendungsaufgabe (10 P.)

In ein leeres Becken läuft Wasser. Die Zuflussrate in Litern pro Minute beträgt r(t) = 0,5 · t · (6 – t) für 0 <= t <= 6 (t in Minuten). Danach wird der Zufluss geschlossen. Tipp: Die Zuflussrate sagt, wie schnell Wasser kommt. Wie viel Wasser insgesamt gekommen ist, liefert das Integral.

**1)** Wie groß ist die Zuflussrate nach 2 Minuten? (2 P.) _____

**2)** Zu welchem Zeitpunkt fließt am meisten Wasser zu? (3 P.) _____

**3)** Wie groß ist die größte Zuflussrate? (2 P.) _____

**4)** Wie viele Liter sind nach 6 Minuten im Becken? (3 P.) _____

# Lösungen: Probe-Klausur Integralrechnung

## Aufgabe 1: Stammfunktionen (je 2 P.)

**1)** $F(x) = \frac{1}{2}x^4 + 3x^3 - 9x + C$

**2)** $F(x) = \frac{3}{4}x^4 + x^2 + C$

**3)** $F(x) = \frac{1}{5}x^5 - 4x^2 - 5x + C$

**4)** $F(x) = -3x^3 - 5x + C$

## Aufgabe 2: Bestimmte Integrale (je 3 P.)

**1)** $\int_0^2 (-8x^2 - x)\,dx = -\frac{70}{3}$

**2)** $\int_1^3 (5x^2 - 5x)\,dx = \frac{70}{3}$

**3)** $\int_0^1 (-7x^3 + 7x^2 + 7)\,dx = \frac{91}{12}$

## Aufgabe 3: Fläche zwischen Graphen (je 5 P.)

**1)** $A = 9$

**2)** $A = \frac{32}{3}$

## Aufgabe 4: Ableiten (Wiederholung) (je 3 P.)

**1)** $f'(x) = \frac{5}{5x+4}$

**2)** $f'(x) = 6e^{2x}$

## Aufgabe 5: Anwendungsaufgabe (10 P.)

**1)** $r(2) = 4\,\frac{\text{l}}{\text{min}}$

**2)** $r'(t) = 0{,}5 \cdot (6 - 2t) = 0 \;\Rightarrow\; t = 3\,\text{min}$

**3)** $r(3) = 4{,}5\,\frac{\text{l}}{\text{min}}$

**4)** $\int_0^6 r(t)\,dt = 0{,}5 \cdot \left[6\frac{t^2}{2} - \frac{t^3}{3}\right]_0^6 = 18\,\text{l}$

### Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

| 15 P. | 14 P. | 13 P. | 12 P. | 11 P. | 10 P. | 9 P. | 8 P. | 7 P. | 6 P. | 5 P. | 4 P. | 3 P. | 2 P. | 1 P. | 0 P. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ab 41 | ab 39 | ab 37 | ab 35 | ab 33 | ab 31 | ab 28 | ab 26 | ab 24 | ab 22 | ab 20 | ab 18 | ab 15 | ab 12 | ab 9 | ab 0 |