Probe-Klausur Integralrechnung

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 43 Note: ____

Aufgabe 1: Stammfunktionen (je 2 P.)

Bestimme eine Stammfunktion F. Vergiss die Integrationskonstante C nicht. Kontrolle: F'(x) muss wieder f(x) ergeben.

1) $f(x) = -3x + 3$ _____

2) $f(x) = 3x^4 - 8x^3 - 8x$ _____

3) $f(x) = 8x^4 - 6x^3 - 2$ _____

4) $f(x) = -6x^4 - 2x$ _____

Aufgabe 2: Bestimmte Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_0^1 (-4x^3 - 5x^2 + 6)\,dx =$ _____

2) $\int_2^4 (8x^3 + 8)\,dx =$ _____

3) $\int_1^3 (-3x^2 + 7x + 7)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Fläche zwischen Graphen (je 5 P.)

Berechne den Inhalt der Fläche, die die Graphen von f und g einschließen. Gib das Ergebnis exakt als Bruch an.

1) $f(x) = -2x^2 + 6x - 4, \quad g(x) = -2x - 4$ _____

2) $f(x) = -x^2 - x - 3, \quad g(x) = 2x - 1$ _____

Aufgabe 4: Ableiten (Wiederholung) (je 3 P.)

Bilde die erste Ableitung mit Produkt- und Kettenregel. Vereinfache so weit wie sinnvoll.

1) $f(x) = \sqrt{x + 8}$

2) $f(x) = e^{-2x^2}$

Aufgabe 5: Anwendungsaufgabe (10 P.)

Ein frisch aufgegossener Tee steht in einem Raum mit 20 °C. Seine Temperatur in °C nach t Minuten beschreibt T(t) = 20 + 60 · e^(–0,04t). Tipp: Der Tee kühlt nie unter die Raumtemperatur ab – der Teil 60 · e^(…) wird nur immer kleiner. Eine negative Änderungsrate bedeutet: Die Temperatur sinkt.

1) Wie heiß ist der Tee am Anfang? (2 P.) _____

2) Wie warm ist der Tee nach 10 Minuten? (2 Stellen) (2 P.) _____

3) Nach wie vielen Minuten ist der Tee auf 45 °C abgekühlt? (2 Stellen) (3 P.) _____

4) Berechne die Änderungsrate $T'(10)$ in °C pro Minute (2 Stellen). (3 P.) _____

Lösungen: Probe-Klausur Integralrechnung

Aufgabe 1: Stammfunktionen (je 2 P.)

1) $F(x) = -\frac{3}{2}x^2 + 3x + C$

2) $F(x) = \frac{3}{5}x^5 - 2x^4 - 4x^2 + C$

3) $F(x) = \frac{8}{5}x^5 - \frac{3}{2}x^4 - 2x + C$

4) $F(x) = -\frac{6}{5}x^5 - x^2 + C$

Aufgabe 2: Bestimmte Integrale (je 3 P.)

1) $\int_0^1 (-4x^3 - 5x^2 + 6)\,dx = \frac{10}{3}$

2) $\int_2^4 (8x^3 + 8)\,dx = 496$

3) $\int_1^3 (-3x^2 + 7x + 7)\,dx = 16$

Aufgabe 3: Fläche zwischen Graphen (je 5 P.)

1) $A = \frac{64}{3}$

2) $A = \frac{1}{6}$

Aufgabe 4: Ableiten (Wiederholung) (je 3 P.)

1) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+8}}$

2) $f'(x) = -4x\,e^{-2x^2}$

Aufgabe 5: Anwendungsaufgabe (10 P.)

1) $T(0) = 20 + 60 \cdot e^0 = 80\,^\circ\text{C}$

2) $T(10) = 20 + 60 \cdot e^{-0,4} \approx 60{,}22\,^\circ\text{C}$

3) $60 \cdot e^{-0,04t} = 25 \;\Rightarrow\; t = \frac{\ln(60/25)}{0{,}04} \approx 21{,}89\,\text{min}$

4) $T'(t) = -2{,}4 \cdot e^{-0,04t} \;\Rightarrow\; T'(10) \approx -1{,}61\,\frac{^\circ\text{C}}{\text{min}}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 41	ab 39	ab 37	ab 35	ab 33	ab 31	ab 28	ab 26	ab 24	ab 22	ab 20	ab 18	ab 15	ab 12	ab 9	ab 0