# Probe-Klausur Integralrechnung

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 43 Note: ____

## Aufgabe 1: Stammfunktionen (je 2 P.)

Bestimme eine Stammfunktion F. Vergiss die Integrationskonstante C nicht. Kontrolle: F'(x) muss wieder f(x) ergeben.

1) $f(x) = -7x^2 - 6x - 6$ _____

2) $f(x) = -8x^2 - 3$ _____

3) $f(x) = -6x^3 + 8x^2$ _____

4) $f(x) = 4x^3 - 7x$ _____

## Aufgabe 2: Bestimmte Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_1^4 (5x^2 + 4)\,dx =$ _____

2) $\int_2^4 (4x^2 - 5x - 5)\,dx =$ _____

3) $\int_1^3 (-6x^3)\,dx =$ _____

## Aufgabe 3: Fläche zwischen Graphen (je 5 P.)

Berechne den Inhalt der Fläche, die die Graphen von f und g einschließen. Gib das Ergebnis exakt als Bruch an.

1) $f(x) = -2x^2 + 3x, \quad g(x) = x$ _____

**2)** $f(x) = x^2 + x - 5, \quad g(x) = x - 1$ _____

## Aufgabe 4: Ableiten (Wiederholung) (je 3 P.)

Bilde die erste Ableitung mit Produkt- und Kettenregel. Vereinfache so weit wie sinnvoll.

**1)** $f(x) = (x^2 + 5)^2$

**2)** $f(x) = -4\cos(2x)$

## Aufgabe 5: Anwendungsaufgabe (10 P.)

Ein frisch aufgegossener Tee steht in einem Raum mit 20 °C. Seine Temperatur in °C nach t Minuten beschreibt T(t) = 20 + 75 · e^(–0,04t). Tipp: Der Tee kühlt nie unter die Raumtemperatur ab – der Teil 75 · e^(…) wird nur immer kleiner. Eine negative Änderungsrate bedeutet: Die Temperatur sinkt.

**1)** Wie heiß ist der Tee am Anfang? (2 P.) _____

**2)** Wie warm ist der Tee nach 10 Minuten? (2 Stellen) (2 P.) _____

**3)** Nach wie vielen Minuten ist der Tee auf 45 °C abgekühlt? (2 Stellen) (3 P.) _____

**4)** Berechne die Änderungsrate $T'(10)$ in °C pro Minute (2 Stellen). (3 P.) _____

# Lösungen: Probe-Klausur Integralrechnung

## Aufgabe 1: Stammfunktionen (je 2 P.)

**1)** $F(x) = -\frac{7}{3}x^3 - 3x^2 - 6x + C$

**2)** $F(x) = -\frac{8}{3}x^3 - 3x + C$

**3)** $F(x) = -\frac{3}{2}x^4 + \frac{8}{3}x^3 + C$

**4)** $F(x) = x^4 - \frac{7}{2}x^2 + C$

## Aufgabe 2: Bestimmte Integrale (je 3 P.)

**1)** $\int_1^4 (5x^2 + 4)\,dx = 117$

**2)** $\int_2^4 (4x^2 - 5x - 5)\,dx = \frac{104}{3}$

**3)** $\int_1^3 (-6x^3)\,dx = -120$

## Aufgabe 3: Fläche zwischen Graphen (je 5 P.)

**1)** $A = \frac{1}{3}$

**2)** $A = \frac{32}{3}$

## Aufgabe 4: Ableiten (Wiederholung) (je 3 P.)

**1)** $f'(x) = 4x(x^2 + 5)$

**2)** $f'(x) = 8\sin(2x)$

## Aufgabe 5: Anwendungsaufgabe (10 P.)

**1)** $T(0) = 20 + 75 \cdot e^0 = 95\,^\circ\text{C}$

**2)** $T(10) = 20 + 75 \cdot e^{-0,4} \approx 70,27\,^\circ\text{C}$

**3)** $75 \cdot e^{-0,04t} = 25 \;\Rightarrow\; t = \frac{\ln(75/25)}{0,04} \approx 27,47\,\text{min}$

**4)** $T'(t) = -3 \cdot e^{-0,04t} \;\Rightarrow\; T'(10) \approx -2,01\,\frac{^\circ\text{C}}{\text{min}}$

### Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

| 15 P. | 14 P. | 13 P. | 12 P. | 11 P. | 10 P. | 9 P. | 8 P. | 7 P. | 6 P. | 5 P. | 4 P. | 3 P. | 2 P. | 1 P. | 0 P. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ab 41 | ab 39 | ab 37 | ab 35 | ab 33 | ab 31 | ab 28 | ab 26 | ab 24 | ab 22 | ab 20 | ab 18 | ab 15 | ab 12 | ab 9 | ab 0 |