Probe-Klausur Integralrechnung

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 43 Note: ____

Aufgabe 1: Stammfunktionen (je 2 P.)

Bestimme eine Stammfunktion F. Vergiss die Integrationskonstante C nicht. Kontrolle: F'(x) muss wieder f(x) ergeben.

1) $f(x) = -x - 9$ _____

2) $f(x) = x^4 - 2x^3$ _____

3) $f(x) = 9x^4 + 2x^3$ _____

4) $f(x) = -5x^4 + 5x^3 + 7x$ _____

Aufgabe 2: Bestimmte Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_1^2 (-3x^2 - 3x + 1)\,dx =$ _____

2) $\int_0^3 (7x^2 + 1)\,dx =$ _____

3) $\int_0^1 (4x^3 + 2x^2 + x)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Fläche zwischen Graphen (je 5 P.)

Berechne den Inhalt der Fläche, die die Graphen von f und g einschließen. Gib das Ergebnis exakt als Bruch an.

1) $f(x) = x^2 - 3x + 3, \quad g(x) = 1$ _____

2) $f(x) = x^2 - 3x + 2, \quad g(x) = -x + 2$ _____

Aufgabe 4: Ableiten (Wiederholung) (je 3 P.)

Bilde die erste Ableitung mit Produkt- und Kettenregel. Vereinfache so weit wie sinnvoll.

1) $f(x) = x^3 \, e^x$

2) $f(x) = -\cos(5x)$

Aufgabe 5: Anwendungsaufgabe (10 P.)

Ein Patient nimmt eine Tablette. Die Konzentration des Wirkstoffs im Blut (in mg pro Liter) beschreibt f(t) = 8 · t · e^(–0,25t), t in Stunden nach der Einnahme. Die Ableitung ist f´(t) = 8 · e^(–0,25t) · (1 – 0,25t). Tipp: Wo die Konzentration am stärksten abnimmt, hat der Graph seinen Wendepunkt (f´´(t) = 0).

1) Konzentration nach 1 Stunde (auf 2 Stellen runden) (2 P.) _____

2) Nach wie vielen Stunden ist die Konzentration am größten? (3 P.) _____

3) Wie groß ist die höchste Konzentration? (auf 2 Stellen runden) (2 P.) _____

4) Wann nimmt die Konzentration am stärksten ab? (3 P.) _____

Lösungen: Probe-Klausur Integralrechnung

Aufgabe 1: Stammfunktionen (je 2 P.)

1) $F(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 9x + C$

2) $F(x) = \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{2}x^4 + C$

3) $F(x) = \frac{9}{5}x^5 + \frac{1}{2}x^4 + C$

4) $F(x) = -x^5 + \frac{5}{4}x^4 + \frac{7}{2}x^2 + C$

Aufgabe 2: Bestimmte Integrale (je 3 P.)

1) $\int_1^2 (-3x^2 - 3x + 1)\,dx = -\frac{21}{2}$

2) $\int_0^3 (7x^2 + 1)\,dx = 66$

3) $\int_0^1 (4x^3 + 2x^2 + x)\,dx = \frac{13}{6}$

Aufgabe 3: Fläche zwischen Graphen (je 5 P.)

1) $A = \frac{1}{6}$

2) $A = \frac{4}{3}$

Aufgabe 4: Ableiten (Wiederholung) (je 3 P.)

1) $f'(x) = e^x(x^3 + 3x^2)$

2) $f'(x) = 5\sin(5x)$

Aufgabe 5: Anwendungsaufgabe (10 P.)

1) $f(1) = 8 \cdot e^{-0{,}25} \approx 6{,}23\,\frac{\text{mg}}{\text{l}}$

2) $f'(t) = 0 \;\Rightarrow\; 1 - 0{,}25t = 0 \;\Rightarrow\; t = 4\,\text{h}$

3) $f(4) = 32 \cdot e^{-1} \approx 11{,}77\,\frac{\text{mg}}{\text{l}}$

4) $f''(t) = 8 \cdot e^{-0{,}25t} \cdot (0{,}0625t - 0{,}5) = 0 \;\Rightarrow\; t = 8\,\text{h}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 41	ab 39	ab 37	ab 35	ab 33	ab 31	ab 28	ab 26	ab 24	ab 22	ab 20	ab 18	ab 15	ab 12	ab 9	ab 0