

Probe-Klausur Integralrechnung

Name: _____

Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Punkte: _____ von 43

Note: _____

Aufgabe 1: Stammfunktionen (je 2 P.)

Bestimme eine Stammfunktion F . Vergiss die Integrationskonstante C nicht. Kontrolle: $F'(x)$ muss wieder $f(x)$ ergeben.

1) $f(x) = 4x^4 - 8$ _____

2) $f(x) = -x^2 + x - 4$ _____

3) $f(x) = -5x^3 - 9x^2 + 4$ _____

4) $f(x) = -9x + 5$ _____

Aufgabe 2: Bestimmte Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: $F(b) - F(a)$. Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_1^3 (-5x^3 - 2x^2) dx =$ _____

2) $\int_1^4 (-3x^2) dx =$ _____

3) $\int_1^4 (5x^2 - 8) dx =$ _____

Aufgabe 3: Fläche zwischen Graphen (je 5 P.)

Berechne den Inhalt der Fläche, die die Graphen von f und g einschließen. Gib das Ergebnis exakt als Bruch an.

1) $f(x) = -x^2 + 5x + 3, \quad g(x) = x + 3$ _____

2) $f(x) = 2x^2 - 8x + 1$, $g(x) = -2x + 1$ _____

Aufgabe 4: Ableiten (Wiederholung) (je 3 P.)

Bilde die erste Ableitung mit Produkt- und Kettenregel. Vereinfache so weit wie sinnvoll.

1) $f(x) = 3\sin(2x)$

2) $f(x) = x^2 e^x$

Aufgabe 5: Anwendungsaufgabe (10 P.)

In ein leeres Becken läuft Wasser. Die Zuflussrate in Litern pro Minute beträgt $r(t) = 0,5 \cdot t \cdot (12 - t)$ für $0 \leq t \leq 12$ (t in Minuten). Danach wird der Zufluss geschlossen. Tipp: Die Zuflussrate sagt, wie schnell Wasser kommt. Wie viel Wasser insgesamt gekommen ist, liefert das Integral.

1) Wie groß ist die Zuflussrate nach 5 Minuten? (2 P.) _____

2) Zu welchem Zeitpunkt fließt am meisten Wasser zu? (3 P.) _____

3) Wie groß ist die größte Zuflussrate? (2 P.) _____

4) Wie viele Liter sind nach 12 Minuten im Becken? (3 P.) _____

Lösungen: Probe-Klausur Integralrechnung

Aufgabe 1: Stammfunktionen (je 2 P.)

1) $F(x) = \frac{4}{5}x^5 - 8x + C$

2) $F(x) = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 4x + C$

3) $F(x) = -\frac{5}{4}x^4 - 3x^3 + 4x + C$

4) $F(x) = -\frac{9}{2}x^2 + 5x + C$

Aufgabe 2: Bestimmte Integrale (je 3 P.)

1) $\int_1^3 (-5x^3 - 2x^2) dx = -\frac{352}{3}$

2) $\int_1^4 (-3x^2) dx = -63$

3) $\int_1^4 (5x^2 - 8) dx = 81$

Aufgabe 3: Fläche zwischen Graphen (je 5 P.)

1) $A = \frac{32}{3}$

2) $A = 9$

Aufgabe 4: Ableiten (Wiederholung) (je 3 P.)

1) $f'(x) = 6\cos(2x)$

2) $f'(x) = e^x(x^2 + 2x)$

Aufgabe 5: Anwendungsaufgabe (10 P.)

1) $r(5) = 17,5 \frac{\text{l}}{\text{min}}$

2) $r'(t) = 0,5 \cdot (12 - 2t) = 0 \Rightarrow t = 6 \text{ min}$

3) $r(6) = 18 \frac{\text{l}}{\text{min}}$

4) $\int_0^{12} r(t) dt = 0,5 \cdot \left[12\frac{t^2}{2} - \frac{t^3}{3} \right]_0^{12} = 144 \text{ l}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 41	ab 39	ab 37	ab 35	ab 33	ab 31	ab 28	ab 26	ab 24	ab 22	ab 20	ab 18	ab 15	ab 12	ab 9	ab 0