Probe-Klausur Integralrechnung

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 43 Note: ____

Aufgabe 1: Stammfunktionen (je 2 P.)

Bestimme eine Stammfunktion F. Vergiss die Integrationskonstante C nicht. Kontrolle: F'(x) muss wieder f(x) ergeben.

1) $f(x) = 8x^2 + 9x - 3$ _____

2) $f(x) = 3x^2 - 9x + 6$ _____

3) $f(x) = -4x^2 + 3x + 1$ _____

4) $f(x) = 8x^3 - 5x^2 + x$ _____

Aufgabe 2: Bestimmte Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_1^3 (-4x^3 - 4x^2 + 8x)\,dx =$ _____

2) $\int_0^3 (3x^3 + 7x^2)\,dx =$ _____

3) $\int_1^3 (-5x^2 + 4x)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Fläche zwischen Graphen (je 5 P.)

Berechne den Inhalt der Fläche, die die Graphen von f und g einschließen. Gib das Ergebnis exakt als Bruch an.

1) $f(x) = -x^2 - x + 6, \quad g(x) = -2x + 4$ _____

2) $f(x) = x^2 - 4x + 4, \quad g(x) = 1$ _____

Aufgabe 4: Ableiten (Wiederholung) (je 3 P.)

Bilde die erste Ableitung mit Produkt- und Kettenregel. Vereinfache so weit wie sinnvoll.

1) $f(x) = (x^2 + 4)^4$

2) $f(x) = e^{-x^2}$

Aufgabe 5: Anwendungsaufgabe (10 P.)

Gegeben ist f(x) = (x + 1) · e^(–x). Es gilt f´(x) = –x · e^(–x) und f´´(x) = (x – 1) · e^(–x). Eine Stammfunktion ist F(x) = –(x + 2) · e^(–x). Tipp: e^(–x) ist nie 0 – eine Gleichung wie (…) · e^(–x) = 0 löst Du, indem Du nur die Klammer gleich 0 setzt.

1) Nullstelle von f (1 P.) _____

2) Hochpunkt (y-Wert auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

3) Wendepunkt (y-Wert auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

4) Fläche zwischen G und der x-Achse für $-1 \le x \le 0$ (2 Stellen) (3 P.) _____

Lösungen: Probe-Klausur Integralrechnung

Aufgabe 1: Stammfunktionen (je 2 P.)

1) $F(x) = \frac{8}{3}x^3 + \frac{9}{2}x^2 - 3x + C$

2) $F(x) = x^3 - \frac{9}{2}x^2 + 6x + C$

3) $F(x) = -\frac{4}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + x + C$

4) $F(x) = 2x^4 - \frac{5}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + C$

Aufgabe 2: Bestimmte Integrale (je 3 P.)

1) $\int_1^3 (-4x^3 - 4x^2 + 8x)\,dx = -\frac{248}{3}$

2) $\int_0^3 (3x^3 + 7x^2)\,dx = \frac{495}{4}$

3) $\int_1^3 (-5x^2 + 4x)\,dx = -\frac{82}{3}$

Aufgabe 3: Fläche zwischen Graphen (je 5 P.)

1) $A = \frac{9}{2}$

2) $A = \frac{4}{3}$

Aufgabe 4: Ableiten (Wiederholung) (je 3 P.)

1) $f'(x) = 8x(x^2 + 4)^3$

2) $f'(x) = -2x\,e^{-x^2}$

Aufgabe 5: Anwendungsaufgabe (10 P.)

1) $(x + 1) \cdot e^{-x} = 0 \;\Rightarrow\; x = -1$

2) $f'(x) = 0 \;\Rightarrow\; x = 0, \quad f(0) = e^0 \approx 1 \;\Rightarrow\; H(0 \mid 1)$

3) $f''(x) = 0 \;\Rightarrow\; x = 1, \quad f(1) = 2e^{-1} \approx 0{,}74 \;\Rightarrow\; W(1 \mid 0{,}74)$

4) $A = \int_{-1}^{0} f(x)\,dx = F(0) - F(-1) = -2 + e^1 \approx 0{,}72$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 41	ab 39	ab 37	ab 35	ab 33	ab 31	ab 28	ab 26	ab 24	ab 22	ab 20	ab 18	ab 15	ab 12	ab 9	ab 0