Probe-Klausur Integralrechnung

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 43 Note: ____

Aufgabe 1: Stammfunktionen (je 2 P.)

Bestimme eine Stammfunktion F. Vergiss die Integrationskonstante C nicht. Kontrolle: F'(x) muss wieder f(x) ergeben.

1) $f(x) = -8x^3 + 7x - 6$ _____

2) $f(x) = -3x - 5$ _____

3) $f(x) = -x - 7$ _____

4) $f(x) = x^3 + 9x^2 - 5$ _____

Aufgabe 2: Bestimmte Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_2^5 (-8x^3)\,dx =$ _____

2) $\int_1^3 (4x^2 - 2x - 2)\,dx =$ _____

3) $\int_2^3 (-2x^3 - x^2 + 8)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Fläche zwischen Graphen (je 5 P.)

Berechne den Inhalt der Fläche, die die Graphen von f und g einschließen. Gib das Ergebnis exakt als Bruch an.

1) $f(x) = -x^2 - 3x - 7, \quad g(x) = x - 4$ _____

2) $f(x) = x^2 + 2x + 2, \quad g(x) = -3x - 4$ _____

Aufgabe 4: Ableiten (Wiederholung) (je 3 P.)

Bilde die erste Ableitung mit Produkt- und Kettenregel. Vereinfache so weit wie sinnvoll.

1) $f(x) = (x^2 + 1)^2$

2) $f(x) = x^2 \, e^x$

Aufgabe 5: Anwendungsaufgabe (10 P.)

Gegeben ist f(x) = (x + 3) · e^(–x). Es gilt f´(x) = (–x – 2) · e^(–x) und f´´(x) = (x + 1) · e^(–x). Eine Stammfunktion ist F(x) = –(x + 4) · e^(–x). Tipp: e^(–x) ist nie 0 – eine Gleichung wie (…) · e^(–x) = 0 löst Du, indem Du nur die Klammer gleich 0 setzt.

1) Nullstelle von f (1 P.) _____

2) Hochpunkt (y-Wert auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

3) Wendepunkt (y-Wert auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

4) Fläche zwischen G und der x-Achse für $-3 \le x \le 0$ (2 Stellen) (3 P.) _____

Lösungen: Probe-Klausur Integralrechnung

Aufgabe 1: Stammfunktionen (je 2 P.)

1) $F(x) = -2x^4 + \frac{7}{2}x^2 - 6x + C$

2) $F(x) = -\frac{3}{2}x^2 - 5x + C$

3) $F(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 7x + C$

4) $F(x) = \frac{1}{4}x^4 + 3x^3 - 5x + C$

Aufgabe 2: Bestimmte Integrale (je 3 P.)

1) $\int_2^5 (-8x^3)\,dx = -1218$

2) $\int_1^3 (4x^2 - 2x - 2)\,dx = \frac{68}{3}$

3) $\int_2^3 (-2x^3 - x^2 + 8)\,dx = -\frac{185}{6}$

Aufgabe 3: Fläche zwischen Graphen (je 5 P.)

1) $A = \frac{4}{3}$

2) $A = \frac{1}{6}$

Aufgabe 4: Ableiten (Wiederholung) (je 3 P.)

1) $f'(x) = 4x(x^2 + 1)$

2) $f'(x) = e^x(x^2 + 2x)$

Aufgabe 5: Anwendungsaufgabe (10 P.)

1) $(x + 3) \cdot e^{-x} = 0 \Rightarrow x = -3$

2) $f'(x) = 0 \Rightarrow x = -2, \quad f(-2) = e^2 \approx 7{,}39 \Rightarrow H(-2 \mid 7{,}39)$

3) $f''(x) = 0 \Rightarrow x = -1, \quad f(-1) = 2e^1 \approx 5{,}44 \Rightarrow W(-1 \mid 5{,}44)$

4) $A = \int_{-3}^{0} f(x)\,dx = F(0) - F(-3) = -4 + e^3 \approx 16{,}09$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 41	ab 39	ab 37	ab 35	ab 33	ab 31	ab 28	ab 26	ab 24	ab 22	ab 20	ab 18	ab 15	ab 12	ab 9	ab 0