# Probe-Klausur Integralrechnung

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 43 Note: ____

## Aufgabe 1: Stammfunktionen (je 2 P.)

Bestimme eine Stammfunktion F. Vergiss die Integrationskonstante C nicht. Kontrolle: F'(x) muss wieder f(x) ergeben.

1) $f(x) = 4x^3 - 3$ _____

2) $f(x) = 7x^4 + 8x^2 - 6$ _____

3) $f(x) = -2x^2 + 4x - 5$ _____

4) $f(x) = x^4 - 4x^2 + 6x$ _____

## Aufgabe 2: Bestimmte Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_0^3 (-4x^3 - 2x + 4)\,dx =$ _____

2) $\int_0^1 (4x^2 + 7x)\,dx =$ _____

3) $\int_1^2 (2x^3)\,dx =$ _____

## Aufgabe 3: Fläche zwischen Graphen (je 5 P.)

Berechne den Inhalt der Fläche, die die Graphen von f und g einschließen. Gib das Ergebnis exakt als Bruch an.

1) $f(x) = -x^2 + 3, \quad g(x) = -x + 1$ _____

**2)** $f(x) = 2x^2 + 4x - 2, \quad g(x) = 2x - 2$ _____

## Aufgabe 4: Ableiten (Wiederholung) (je 3 P.)

Bilde die erste Ableitung mit Produkt- und Kettenregel. Vereinfache so weit wie sinnvoll.

**1)** $f(x) = x\sin(x)$

**2)** $f(x) = \ln(4x + 8)$

## Aufgabe 5: Anwendungsaufgabe (10 P.)

In einer Nährlösung vermehren sich Bakterien. Die Anzahl der Bakterien nach t Stunden beschreibt N(t) = 1000 · e^(0,2t). Tipp: Wenn die Unbekannte im Exponenten steht, hilft der natürliche Logarithmus ln – er macht e^(…) rückgängig. Die Ableitung N´(t) gibt an, wie viele Bakterien pro Stunde gerade dazukommen.

**1)** Wie viele Bakterien sind es nach 4 Stunden? (ganze Zahl) (2 P.) _____

**2)** Nach wie vielen Stunden hat sich die Anzahl verdoppelt? (2 Stellen) (3 P.) _____

**3)** Wann sind es zehnmal so viele Bakterien wie am Anfang? (2 Stellen) (2 P.) _____

**4)** Wie schnell wächst die Kultur nach 4 Stunden? (Bakterien pro Stunde, ganze Zahl) (3 P.) _____

# Lösungen: Probe-Klausur Integralrechnung

## Aufgabe 1: Stammfunktionen (je 2 P.)

**1)** $F(x) = x^4 - 3x + C$

**2)** $F(x) = \frac{7}{5}x^5 + \frac{8}{3}x^3 - 6x + C$

**3)** $F(x) = -\frac{2}{3}x^3 + 2x^2 - 5x + C$

**4)** $F(x) = \frac{1}{5}x^5 - \frac{4}{3}x^3 + 3x^2 + C$

## Aufgabe 2: Bestimmte Integrale (je 3 P.)

**1)** $\int_0^3 (-4x^3 - 2x + 4)\,dx = -78$

**2)** $\int_0^1 (4x^2 + 7x)\,dx = \frac{29}{6}$

**3)** $\int_1^2 (2x^3)\,dx = \frac{15}{2}$

## Aufgabe 3: Fläche zwischen Graphen (je 5 P.)

**1)** $A = \frac{9}{2}$

**2)** $A = \frac{1}{3}$

## Aufgabe 4: Ableiten (Wiederholung) (je 3 P.)

**1)** $f'(x) = \sin(x) + x\cos(x)$

**2)** $f'(x) = \frac{4}{4x+8}$

## Aufgabe 5: Anwendungsaufgabe (10 P.)

**1)** $N(4) = 1000 \cdot e^{0{,}8} \approx 2226$

**2)** $1000 \cdot e^{0{,}2t} = 2000 \;\Rightarrow\; t = \frac{\ln 2}{0{,}2} \approx 3{,}47\,\text{h}$

**3)** $e^{0{,}2t} = 10 \;\Rightarrow\; t = \frac{\ln 10}{0{,}2} \approx 11{,}51\,\text{h}$

**4)** $N'(t) = 200 \cdot e^{0{,}2t} \;\Rightarrow\; N'(4) \approx 445$

### Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

| 15 P. | 14 P. | 13 P. | 12 P. | 11 P. | 10 P. | 9 P. | 8 P. | 7 P. | 6 P. | 5 P. | 4 P. | 3 P. | 2 P. | 1 P. | 0 P. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ab 41 | ab 39 | ab 37 | ab 35 | ab 33 | ab 31 | ab 28 | ab 26 | ab 24 | ab 22 | ab 20 | ab 18 | ab 15 | ab 12 | ab 9 | ab 0 |