

Probe-Klausur Integralrechnung

Name: _____

Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Punkte: _____ von 43

Note: _____

Aufgabe 1: Stammfunktionen (je 2 P.)

Bestimme eine Stammfunktion F . Vergiss die Integrationskonstante C nicht. Kontrolle: $F'(x)$ muss wieder $f(x)$ ergeben.

1) $f(x) = 7x + 1$ _____

2) $f(x) = -7x^2 - 3x$ _____

3) $f(x) = 5x^3 + 2x + 8$ _____

4) $f(x) = 5x^2 - 8x - 1$ _____

Aufgabe 2: Bestimmte Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: $F(b) - F(a)$. Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_0^1 (-8x^2 - 7x - 1) dx =$ _____

2) $\int_0^2 (-7x^2 - 6x + 4) dx =$ _____

3) $\int_1^4 (6x^3) dx =$ _____

Aufgabe 3: Fläche zwischen Graphen (je 5 P.)

Berechne den Inhalt der Fläche, die die Graphen von f und g einschließen. Gib das Ergebnis exakt als Bruch an.

1) $f(x) = -2x^2 - 3x + 3, \quad g(x) = -x + 3$ _____

2) $f(x) = x^2 - 3x - 5$, $g(x) = -2x - 3$ _____

Aufgabe 4: Ableiten (Wiederholung) (je 3 P.)

Bilde die erste Ableitung mit Produkt- und Kettenregel. Vereinfache so weit wie sinnvoll.

1) $f(x) = e^{3x^2}$

2) $f(x) = -4\cos(2x)$

Aufgabe 5: Anwendungsaufgabe (10 P.)

Ein frisch aufgegossener Tee steht in einem Raum mit 20 °C. Seine Temperatur in °C nach t Minuten beschreibt $T(t) = 20 + 75 \cdot e^{(-0,04t)}$. Tipp: Der Tee kühlt nie unter die Raumtemperatur ab – der Teil $75 \cdot e^{(...)}$ wird nur immer kleiner. Eine negative Änderungsrate bedeutet: Die Temperatur sinkt.

1) Wie heiß ist der Tee am Anfang? (2 P.) _____

2) Wie warm ist der Tee nach 10 Minuten? (2 Stellen) (2 P.) _____

3) Nach wie vielen Minuten ist der Tee auf 45 °C abgekühlt? (2 Stellen) (3 P.) _____

4) Berechne die Änderungsrate $T'(10)$ in °C pro Minute (2 Stellen). (3 P.) _____

Lösungen: Probe-Klausur Integralrechnung

Aufgabe 1: Stammfunktionen (je 2 P.)

1) $F(x) = \frac{7}{2}x^2 + x + C$

2) $F(x) = -\frac{7}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + C$

3) $F(x) = \frac{5}{4}x^4 + x^2 + 8x + C$

4) $F(x) = \frac{5}{3}x^3 - 4x^2 - x + C$

Aufgabe 2: Bestimmte Integrale (je 3 P.)

1) $\int_0^1 (-8x^2 - 7x - 1)dx = -\frac{43}{6}$

2) $\int_0^2 (-7x^2 - 6x + 4)dx = -\frac{68}{3}$

3) $\int_1^4 (6x^3)dx = \frac{765}{2}$

Aufgabe 3: Fläche zwischen Graphen (je 5 P.)

1) $A = \frac{1}{3}$

2) $A = \frac{9}{2}$

Aufgabe 4: Ableiten (Wiederholung) (je 3 P.)

1) $f'(x) = 6x e^{3x^2}$

2) $f'(x) = 8\sin(2x)$

Aufgabe 5: Anwendungsaufgabe (10 P.)

1) $T(0) = 20 + 75 \cdot e^0 = 95^\circ\text{C}$

2) $T(10) = 20 + 75 \cdot e^{-0,4} \approx 70,27^\circ\text{C}$

3) $75 \cdot e^{-0,04t} = 25 \Rightarrow t = \frac{\ln(75/25)}{0,04} \approx 27,47 \text{ min}$

4) $T'(t) = -3 \cdot e^{-0,04t} \Rightarrow T'(10) \approx -2,01 \frac{^\circ\text{C}}{\text{min}}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 41	ab 39	ab 37	ab 35	ab 33	ab 31	ab 28	ab 26	ab 24	ab 22	ab 20	ab 18	ab 15	ab 12	ab 9	ab 0