Probe-Klausur Integralrechnung

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 43 Note: ____

Aufgabe 1: Stammfunktionen (je 2 P.)

Bestimme eine Stammfunktion F. Vergiss die Integrationskonstante C nicht. Kontrolle: F'(x) muss wieder f(x) ergeben.

1) $f(x) = -5x^2 - x$ _____

2) $f(x) = -8x^4 - 4x^3 - 9x^2$ _____

3) $f(x) = 6x^2 + 5$ _____

4) $f(x) = 9x^2 - 9x$ _____

Aufgabe 2: Bestimmte Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_0^1 (8x^3 - 4x - 1)\,dx =$ _____

2) $\int_0^1 (-2x^2 + 3x)\,dx =$ _____

3) $\int_1^2 (8x^2 + 6x)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Fläche zwischen Graphen (je 5 P.)

Berechne den Inhalt der Fläche, die die Graphen von f und g einschließen. Gib das Ergebnis exakt als Bruch an.

1) $f(x) = -x^2 + 1, \quad g(x) = -x - 1$ _____

2) $f(x) = x^2 + x - 1, \quad g(x) = -x - 1$ _____

Aufgabe 4: Ableiten (Wiederholung) (je 3 P.)

Bilde die erste Ableitung mit Produkt- und Kettenregel. Vereinfache so weit wie sinnvoll.

1) $f(x) = (x^2 - 5)^2$

2) $f(x) = \ln(4x + 6)$

Aufgabe 5: Anwendungsaufgabe (10 P.)

Ein frisch aufgegossener Tee steht in einem Raum mit 20 °C. Seine Temperatur in °C nach t Minuten beschreibt T(t) = 20 + 75 · e^(–0,04t). Tipp: Der Tee kühlt nie unter die Raumtemperatur ab – der Teil 75 · e^(…) wird nur immer kleiner. Eine negative Änderungsrate bedeutet: Die Temperatur sinkt.

1) Wie heiß ist der Tee am Anfang? (2 P.) _____

2) Wie warm ist der Tee nach 10 Minuten? (2 Stellen) (2 P.) _____

3) Nach wie vielen Minuten ist der Tee auf 45 °C abgekühlt? (2 Stellen) (3 P.) _____

4) Berechne die Änderungsrate $T'(10)$ in °C pro Minute (2 Stellen). (3 P.) _____

Lösungen: Probe-Klausur Integralrechnung

Aufgabe 1: Stammfunktionen (je 2 P.)

1) $F(x) = -\frac{5}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + C$

2) $F(x) = -\frac{8}{5}x^5 - x^4 - 3x^3 + C$

3) $F(x) = 2x^3 + 5x + C$

4) $F(x) = 3x^3 - \frac{9}{2}x^2 + C$

Aufgabe 2: Bestimmte Integrale (je 3 P.)

1) $\int_0^1 (8x^3 - 4x - 1)\,dx = -1$

2) $\int_0^1 (-2x^2 + 3x)\,dx = \frac{5}{6}$

3) $\int_1^2 (8x^2 + 6x)\,dx = \frac{83}{3}$

Aufgabe 3: Fläche zwischen Graphen (je 5 P.)

1) $A = \frac{9}{2}$

2) $A = \frac{4}{3}$

Aufgabe 4: Ableiten (Wiederholung) (je 3 P.)

1) $f'(x) = 4x(x^2 - 5)$

2) $f'(x) = \frac{4}{4x+6}$

Aufgabe 5: Anwendungsaufgabe (10 P.)

1) $T(0) = 20 + 75 \cdot e^0 = 95\,^\circ\text{C}$

2) $T(10) = 20 + 75 \cdot e^{-0,4} \approx 70,27\,^\circ\text{C}$

3) $75 \cdot e^{-0,04t} = 25 \;\Rightarrow\; t = \frac{\ln(75/25)}{0,04} \approx 27,47\,\text{min}$

4) $T'(t) = -3 \cdot e^{-0,04t} \;\Rightarrow\; T'(10) \approx -2,01\,\frac{^\circ\text{C}}{\text{min}}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 41	ab 39	ab 37	ab 35	ab 33	ab 31	ab 28	ab 26	ab 24	ab 22	ab 20	ab 18	ab 15	ab 12	ab 9	ab 0