Probe-Klausur Integralrechnung

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 43 Note: ____

Aufgabe 1: Stammfunktionen (je 2 P.)

Bestimme eine Stammfunktion F. Vergiss die Integrationskonstante C nicht. Kontrolle: F'(x) muss wieder f(x) ergeben.

1) $f(x) = 5x^3 + 9x$ _____

2) $f(x) = 4x^3 – 6x^2 + 2x$ _____

3) $f(x) = 8x^2 – 9x$ _____

4) $f(x) = –6x^3 + 6x^2$ _____

Aufgabe 2: Bestimmte Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_2^3 (–8x^3 – 6)\,dx =$ _____

2) $\int_2^4 (2x^2 – 4x)\,dx =$ _____

3) $\int_0^3 (4x^3 + 3x^2)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Fläche zwischen Graphen (je 5 P.)

Berechne den Inhalt der Fläche, die die Graphen von f und g einschließen. Gib das Ergebnis exakt als Bruch an.

1) $f(x) = x^2 – 5, \quad g(x) = 2x – 2$ _____

2) $f(x) = -x^2 - x + 5, \quad g(x) = -x + 4$ _____

Aufgabe 4: Ableiten (Wiederholung) (je 3 P.)

Bilde die erste Ableitung mit Produkt- und Kettenregel. Vereinfache so weit wie sinnvoll.

1) $f(x) = -4e^{3x}$

2) $f(x) = e^{-x^2}$

Aufgabe 5: Anwendungsaufgabe (10 P.)

Gegeben ist f(x) = (x + 2) · e^(–x). Es gilt f´(x) = (–x – 1) · e^(–x) und f´´(x) = x · e^(–x). Eine Stammfunktion ist F(x) = –(x + 3) · e^(–x). Tipp: e^(–x) ist nie 0 – eine Gleichung wie (…) · e^(–x) = 0 löst Du, indem Du nur die Klammer gleich 0 setzt.

1) Nullstelle von f (1 P.) _____

2) Hochpunkt (y-Wert auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

3) Wendepunkt (y-Wert auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

4) Fläche zwischen G und der x-Achse für $-2 \le x \le 0$ (2 Stellen) (3 P.) _____

Lösungen: Probe-Klausur Integralrechnung

Aufgabe 1: Stammfunktionen (je 2 P.)

1) $F(x) = \frac{5}{4}x^4 + \frac{9}{2}x^2 + C$

2) $F(x) = x^4 - 2x^3 + x^2 + C$

3) $F(x) = \frac{8}{3}x^3 - \frac{9}{2}x^2 + C$

4) $F(x) = -\frac{3}{2}x^4 + 2x^3 + C$

Aufgabe 2: Bestimmte Integrale (je 3 P.)

1) $\int_2^3 (-8x^3 - 6)\,dx = -136$

2) $\int_2^4 (2x^2 - 4x)\,dx = \frac{40}{3}$

3) $\int_0^3 (4x^3 + 3x^2)\,dx = 108$

Aufgabe 3: Fläche zwischen Graphen (je 5 P.)

1) $A = \frac{32}{3}$

2) $A = \frac{4}{3}$

Aufgabe 4: Ableiten (Wiederholung) (je 3 P.)

1) $f'(x) = -12e^{3x}$

2) $f'(x) = -2x\,e^{-x^2}$

Aufgabe 5: Anwendungsaufgabe (10 P.)

1) $(x + 2) \cdot e^{-x} = 0 \;\Rightarrow\; x = -2$

2) $f'(x) = 0 \;\Rightarrow\; x = -1, \quad f(-1) = e^1 \approx 2{,}72 \;\Rightarrow\; H(-1 \mid 2{,}72)$

3) $f''(x) = 0 \;\Rightarrow\; x = 0, \quad f(0) = 2e^0 \approx 2 \;\Rightarrow\; W(0 \mid 2)$

4) $A = \int_{-2}^{0} f(x)\,dx = F(0) - F(-2) = -3 + e^2 \approx 4{,}39$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 41	ab 39	ab 37	ab 35	ab 33	ab 31	ab 28	ab 26	ab 24	ab 22	ab 20	ab 18	ab 15	ab 12	ab 9	ab 0