# Probe-Klausur Integralrechnung

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 43 Note: ____

## Aufgabe 1: Stammfunktionen (je 2 P.)

Bestimme eine Stammfunktion F. Vergiss die Integrationskonstante C nicht. Kontrolle: F'(x) muss wieder f(x) ergeben.

1) $f(x) = -5x + 5$ _____

2) $f(x) = -x^2 - 6x - 7$ _____

3) $f(x) = 7x^3 - 5x - 1$ _____

4) $f(x) = -x - 8$ _____

## Aufgabe 2: Bestimmte Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_0^1 (5x^2)\,dx =$ _____

2) $\int_1^3 (x^3)\,dx =$ _____

3) $\int_0^2 (-6x^3 + x^2 + 4x)\,dx =$ _____

## Aufgabe 3: Fläche zwischen Graphen (je 5 P.)

Berechne den Inhalt der Fläche, die die Graphen von f und g einschließen. Gib das Ergebnis exakt als Bruch an.

1) $f(x) = -2x^2 + 2x + 6, \quad g(x) = 2x - 2$ _____

**2)** $f(x) = -x^2 - 4x - 3, \quad g(x) = -x - 1$ _____

## Aufgabe 4: Ableiten (Wiederholung) (je 3 P.)

Bilde die erste Ableitung mit Produkt- und Kettenregel. Vereinfache so weit wie sinnvoll.

**1)** $f(x) = 2\sin(2x)$

**2)** $f(x) = \ln(5x + 2)$

## Aufgabe 5: Anwendungsaufgabe (10 P.)

Gegeben ist die Funktionenschar $f_a(x) = x^3 - 3a \cdot x^2$ mit $a > 0$. Tipp: Der Parameter a ist eine feste Zahl, die Du nur nicht kennst – leite ab wie gewohnt. Für die Ortskurve stellst Du $x_T = \ldots$ nach a um und setzt in $y_T$ ein.

**1)** x-Koordinate des Tiefpunkts (Term mit a) (2 P.) _____

**2)** y-Koordinate des Tiefpunkts (Term mit a) (2 P.) _____

**3)** Gleichung der Ortskurve aller Tiefpunkte (3 P.) _____

**4)** Für welches a liegt der Tiefpunkt auf der Höhe $y = -32$? (3 P.) _____

# Lösungen: Probe-Klausur Integralrechnung

## Aufgabe 1: Stammfunktionen (je 2 P.)

**1)** $F(x) = -\frac{5}{2}x^2 + 5x + C$

**2)** $F(x) = -\frac{1}{3}x^3 - 3x^2 - 7x + C$

**3)** $F(x) = \frac{7}{4}x^4 - \frac{5}{2}x^2 - x + C$

**4)** $F(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 8x + C$

## Aufgabe 2: Bestimmte Integrale (je 3 P.)

**1)** $\int_0^1 (5x^2)\,dx = \frac{5}{3}$

**2)** $\int_1^3 (x^3)\,dx = 20$

**3)** $\int_0^2 (-6x^3 + x^2 + 4x)\,dx = -\frac{40}{3}$

## Aufgabe 3: Fläche zwischen Graphen (je 5 P.)

**1)** $A = \frac{64}{3}$

**2)** $A = \frac{1}{6}$

## Aufgabe 4: Ableiten (Wiederholung) (je 3 P.)

**1)** $f'(x) = 4\cos(2x)$

**2)** $f'(x) = \frac{5}{5x+2}$

## Aufgabe 5: Anwendungsaufgabe (10 P.)

**1)** $f_a'(x) = 3x^2 - 6a\,x = 3x(x - 2a) = 0, \quad f_a''(2a) = 6a > 0 \Rightarrow x_T = 2a$

**2)** $f_a(2a) = 8a^3 - 12a^3 = -4a^3$

**3)** $x = 2a \Rightarrow a = \frac{x}{2} \Rightarrow y = -4\left(\frac{x}{2}\right)^3 = -\frac{1}{2}x^3$

**4)** $-4a^3 = -32 \Rightarrow a^3 = 8 \Rightarrow a = 2$

### Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

| 15 P. | 14 P. | 13 P. | 12 P. | 11 P. | 10 P. | 9 P. | 8 P. | 7 P. | 6 P. | 5 P. | 4 P. | 3 P. | 2 P. | 1 P. | 0 P. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ab 41 | ab 39 | ab 37 | ab 35 | ab 33 | ab 31 | ab 28 | ab 26 | ab 24 | ab 22 | ab 20 | ab 18 | ab 15 | ab 12 | ab 9 | ab 0 |