

Probe-Klausur Integralrechnung

Name: _____

Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Punkte: _____ von 43

Note: _____

Aufgabe 1: Stammfunktionen (je 2 P.)

Bestimme eine Stammfunktion F . Vergiss die Integrationskonstante C nicht. Kontrolle: $F'(x)$ muss wieder $f(x)$ ergeben.

1) $f(x) = 9x^4 - 4x + 4$ _____

2) $f(x) = 2x^3 + 3x^2 + 1$ _____

3) $f(x) = 7x + 9$ _____

4) $f(x) = -7x + 9$ _____

Aufgabe 2: Bestimmte Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: $F(b) - F(a)$. Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_1^4 (-7x^2 - 4x) dx =$ _____

2) $\int_0^3 (2x^3 - 3x^2 + 6) dx =$ _____

3) $\int_2^3 (-6x^3 - 4x^2 + 6) dx =$ _____

Aufgabe 3: Fläche zwischen Graphen (je 5 P.)

Berechne den Inhalt der Fläche, die die Graphen von f und g einschließen. Gib das Ergebnis exakt als Bruch an.

1) $f(x) = 2x^2 + 2x - 9$, $g(x) = 2x - 1$ _____

2) $f(x) = -2x^2 + 4x + 2$, $g(x) = 2x - 2$ _____

Aufgabe 4: Ableiten (Wiederholung) (je 3 P.)

Bilde die erste Ableitung mit Produkt- und Kettenregel. Vereinfache so weit wie sinnvoll.

1) $f(x) = (x^2 - 3)^4$

2) $f(x) = (x^2 + 1)^2$

Aufgabe 5: Anwendungsaufgabe (10 P.)

Ein Patient nimmt eine Tablette. Die Konzentration des Wirkstoffs im Blut (in mg pro Liter) beschreibt $f(t) = 8 \cdot t \cdot e^{(-0,25t)}$, t in Stunden nach der Einnahme. Die Ableitung ist $f'(t) = 8 \cdot e^{(-0,25t)} \cdot (1 - 0,25t)$. Tipp: Wo die Konzentration am stärksten abnimmt, hat der Graph seinen Wendepunkt ($f''(t) = 0$).

1) Konzentration nach 1 Stunde (auf 2 Stellen runden) (2 P.) _____

2) Nach wie vielen Stunden ist die Konzentration am größten? (3 P.) _____

3) Wie groß ist die höchste Konzentration? (auf 2 Stellen runden) (2 P.) _____

4) Wann nimmt die Konzentration am stärksten ab? (3 P.) _____

Lösungen: Probe-Klausur Integralrechnung

Aufgabe 1: Stammfunktionen (je 2 P.)

1) $F(x) = \frac{9}{5}x^5 - 2x^2 + 4x + C$

2) $F(x) = \frac{1}{2}x^4 + x^3 + x + C$

3) $F(x) = \frac{7}{2}x^2 + 9x + C$

4) $F(x) = -\frac{7}{2}x^2 + 9x + C$

Aufgabe 2: Bestimmte Integrale (je 3 P.)

1) $\int_1^4 (-7x^2 - 4x) dx = -177$

2) $\int_0^3 (2x^3 - 3x^2 + 6) dx = \frac{63}{2}$

3) $\int_2^3 (-6x^3 - 4x^2 + 6) dx = -\frac{701}{6}$

Aufgabe 3: Fläche zwischen Graphen (je 5 P.)

1) $A = \frac{64}{3}$

2) $A = 9$

Aufgabe 4: Ableiten (Wiederholung) (je 3 P.)

1) $f'(x) = 8x(x^2 - 3)^3$

2) $f'(x) = 4x(x^2 + 1)$

Aufgabe 5: Anwendungsaufgabe (10 P.)

1) $f(1) = 8 \cdot e^{-0,25} \approx 6,23 \frac{\text{mg}}{\text{l}}$

2) $f(t) = 0 \Rightarrow 1 - 0,25t = 0 \Rightarrow t = 4 \text{ h}$

3) $f(4) = 32 \cdot e^{-1} \approx 11,77 \frac{\text{mg}}{\text{l}}$

4) $f'(t) = 8 \cdot e^{-0,25t} \cdot (0,0625t - 0,5) = 0 \Rightarrow t = 8 \text{ h}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 41	ab 39	ab 37	ab 35	ab 33	ab 31	ab 28	ab 26	ab 24	ab 22	ab 20	ab 18	ab 15	ab 12	ab 9	ab 0