Probe-Klausur Integralrechnung

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 43 Note: ____

Aufgabe 1: Stammfunktionen (je 2 P.)

Bestimme eine Stammfunktion F. Vergiss die Integrationskonstante C nicht. Kontrolle: F'(x) muss wieder f(x) ergeben.

1) $f(x) = -7x^4 + x^2 + 6$ _____

2) $f(x) = -4x^4 + 8x^3 + 9x$ _____

3) $f(x) = -4x^4 - 6x^3 + 9$ _____

4) $f(x) = x^2 + 6x - 9$ _____

Aufgabe 2: Bestimmte Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_0^1 (-3x^2 - 3)\,dx =$ _____

2) $\int_0^2 (x^3 + 8)\,dx =$ _____

3) $\int_0^1 (5x^3 + 4x^2)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Fläche zwischen Graphen (je 5 P.)

Berechne den Inhalt der Fläche, die die Graphen von f und g einschließen. Gib das Ergebnis exakt als Bruch an.

1) $f(x) = x^2 + x + 1, \quad g(x) = -x + 1$ _____

2) $f(x) = -2x^2 + 7x - 8, \quad g(x) = x - 4$ _____

Aufgabe 4: Ableiten (Wiederholung) (je 3 P.)

Bilde die erste Ableitung mit Produkt- und Kettenregel. Vereinfache so weit wie sinnvoll.

1) $f(x) = x\,e^x$

2) $f(x) = x\sin(x)$

Aufgabe 5: Anwendungsaufgabe (10 P.)

In ein leeres Becken läuft Wasser. Die Zuflussrate in Litern pro Minute beträgt r(t) = 2 · t · (10 – t) für 0 <= t <= 10 (t in Minuten). Danach wird der Zufluss geschlossen. Tipp: Die Zuflussrate sagt, wie schnell Wasser kommt. Wie viel Wasser insgesamt gekommen ist, liefert das Integral.

1) Wie groß ist die Zuflussrate nach 1 Minuten? (2 P.) _____

2) Zu welchem Zeitpunkt fließt am meisten Wasser zu? (3 P.) _____

3) Wie groß ist die größte Zuflussrate? (2 P.) _____

4) Wie viele Liter sind nach 10 Minuten im Becken? (3 P.) _____

Lösungen: Probe-Klausur Integralrechnung

Aufgabe 1: Stammfunktionen (je 2 P.)

1) $F(x) = -\frac{7}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3 + 6x + C$

2) $F(x) = -\frac{4}{5}x^5 + 2x^4 + \frac{9}{2}x^2 + C$

3) $F(x) = -\frac{4}{5}x^5 - \frac{3}{2}x^4 + 9x + C$

4) $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + 3x^2 - 9x + C$

Aufgabe 2: Bestimmte Integrale (je 3 P.)

1) $\int_0^1 (-3x^2 - 3)\,dx = -4$

2) $\int_0^2 (x^3 + 8)\,dx = 20$

3) $\int_0^1 (5x^3 + 4x^2)\,dx = \frac{31}{12}$

Aufgabe 3: Fläche zwischen Graphen (je 5 P.)

1) $A = \frac{4}{3}$

2) $A = \frac{1}{3}$

Aufgabe 4: Ableiten (Wiederholung) (je 3 P.)

1) $f'(x) = e^x(x + 1)$

2) $f'(x) = \sin(x) + x\cos(x)$

Aufgabe 5: Anwendungsaufgabe (10 P.)

1) $r(1) = 18\,\frac{\text{l}}{\text{min}}$

2) $r'(t) = 2 \cdot (10 - 2t) = 0 \;\Rightarrow\; t = 5\,\text{min}$

3) $r(5) = 50\,\frac{\text{l}}{\text{min}}$

4) $\int_0^{10} r(t)\,dt = 2 \cdot \left[10\frac{t^2}{2} - \frac{t^3}{3}\right]_0^{10} = 333{,}33\,\text{l}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 41	ab 39	ab 37	ab 35	ab 33	ab 31	ab 28	ab 26	ab 24	ab 22	ab 20	ab 18	ab 15	ab 12	ab 9	ab 0