Probe-Klausur Integralrechnung

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 43 Note: ____

Aufgabe 1: Stammfunktionen (je 2 P.)

Bestimme eine Stammfunktion F. Vergiss die Integrationskonstante C nicht. Kontrolle: F'(x) muss wieder f(x) ergeben.

1) $f(x) = 5x^4 - 8x^3 + 4x$ _____

2) $f(x) = -3x^4 + 6x^3 - 7$ _____

3) $f(x) = 2x^3 + 6x^2 - 9x$ _____

4) $f(x) = 9x^4 - x^3$ _____

Aufgabe 2: Bestimmte Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_2^3 (8x^3 - 8x^2 - 5x)\,dx =$ _____

2) $\int_2^3 (-7x^2 + x - 8)\,dx =$ _____

3) $\int_0^3 (3x^3)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Fläche zwischen Graphen (je 5 P.)

Berechne den Inhalt der Fläche, die die Graphen von f und g einschließen. Gib das Ergebnis exakt als Bruch an.

1) $f(x) = -x^2 - 5x - 6, \quad g(x) = -x - 3$ _____

2) $f(x) = 2x^2 - x - 3, \quad g(x) = 3x + 3$ _____

Aufgabe 4: Ableiten (Wiederholung) (je 3 P.)

Bilde die erste Ableitung mit Produkt- und Kettenregel. Vereinfache so weit wie sinnvoll.

1) $f(x) = (x^2 + 1)^2$

2) $f(x) = e^{-x^2}$

Aufgabe 5: Anwendungsaufgabe (10 P.)

Gegeben ist die Funktionenschar f_a(x) = 2·(x³ – 3a·x²) mit a > 0. Tipp: Der Parameter a ist eine feste Zahl, die Du nur nicht kennst – leite ab wie gewohnt. Für die Ortskurve stellst Du x_T = … nach a um und setzt in y_T ein.

1) x-Koordinate des Tiefpunkts (Term mit a) (2 P.) _____

2) y-Koordinate des Tiefpunkts (Term mit a) (2 P.) _____

3) Gleichung der Ortskurve aller Tiefpunkte (3 P.) _____

4) Für welches a liegt der Tiefpunkt auf der Höhe $y = -216$? (3 P.) _____

Lösungen: Probe-Klausur Integralrechnung

Aufgabe 1: Stammfunktionen (je 2 P.)

1) $F(x) = x^5 - 2x^4 + 2x^2 + C$

2) $F(x) = -\frac{3}{5}x^5 + \frac{3}{2}x^4 - 7x + C$

3) $F(x) = \frac{1}{2}x^4 + 2x^3 - \frac{9}{2}x^2 + C$

4) $F(x) = \frac{9}{5}x^5 - \frac{1}{4}x^4 + C$

Aufgabe 2: Bestimmte Integrale (je 3 P.)

1) $\int_2^3 (8x^3 - 8x^2 - 5x)\,dx = \frac{401}{6}$

2) $\int_2^3 (-7x^2 + x - 8)\,dx = -\frac{299}{6}$

3) $\int_0^3 (3x^3)\,dx = \frac{243}{4}$

Aufgabe 3: Fläche zwischen Graphen (je 5 P.)

1) $A = \frac{4}{3}$

2) $A = \frac{64}{3}$

Aufgabe 4: Ableiten (Wiederholung) (je 3 P.)

1) $f'(x) = 4x(x^2 + 1)$

2) $f'(x) = -2x\,e^{-x^2}$

Aufgabe 5: Anwendungsaufgabe (10 P.)

1) $f_a'(x) = 6x^2 - 12a\,x = 6x(x - 2a) = 0, \quad f_a''(2a) = 12a > 0 \;\Rightarrow\; x_T = 2a$

2) $f_a(2a) = 2(8a^3 - 12a^3) = -8a^3$

3) $x = 2a \;\Rightarrow\; a = \frac{x}{2} \;\Rightarrow\; y = -8\left(\frac{x}{2}\right)^3 = -x^3$

4) $-8a^3 = -216 \;\Rightarrow\; a^3 = 27 \;\Rightarrow\; a = 3$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 41	ab 39	ab 37	ab 35	ab 33	ab 31	ab 28	ab 26	ab 24	ab 22	ab 20	ab 18	ab 15	ab 12	ab 9	ab 0