# Probe-Klausur Integralrechnung

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 43 Note: ____

## Aufgabe 1: Stammfunktionen (je 2 P.)

Bestimme eine Stammfunktion F. Vergiss die Integrationskonstante C nicht. Kontrolle: F'(x) muss wieder f(x) ergeben.

1) $f(x) = 2x + 5$ _____

2) $f(x) = -6x^2 + 2$ _____

3) $f(x) = 8x^4 + 9x^3 + 3x^2$ _____

4) $f(x) = 4x^3 + 5x + 5$ _____

## Aufgabe 2: Bestimmte Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_0^3 (-x^3 + 5x^2 - 7x)\,dx =$ _____

2) $\int_2^3 (6x^2 - x + 5)\,dx =$ _____

3) $\int_0^1 (-x^2 - x)\,dx =$ _____

## Aufgabe 3: Fläche zwischen Graphen (je 5 P.)

Berechne den Inhalt der Fläche, die die Graphen von f und g einschließen. Gib das Ergebnis exakt als Bruch an.

1) $f(x) = -x^2 - 2x - 4, \quad g(x) = x - 2$ _____

**2)** $f(x) = -x^2 + x + 8, \quad g(x) = x + 4$ _____

## Aufgabe 4: Ableiten (Wiederholung) (je 3 P.)

Bilde die erste Ableitung mit Produkt- und Kettenregel. Vereinfache so weit wie sinnvoll.

**1)** $f(x) = e^{3x^2}$

**2)** $f(x) = 4\cos(2x)$

## Aufgabe 5: Anwendungsaufgabe (10 P.)

In einer Nährlösung vermehren sich Bakterien. Die Anzahl der Bakterien nach t Stunden beschreibt N(t) = 500 · e^(0,1t). Tipp: Wenn die Unbekannte im Exponenten steht, hilft der natürliche Logarithmus ln – er macht e^(…) rückgängig. Die Ableitung N´(t) gibt an, wie viele Bakterien pro Stunde gerade dazukommen.

**1)** Wie viele Bakterien sind es nach 4 Stunden? (ganze Zahl) (2 P.) _____

**2)** Nach wie vielen Stunden hat sich die Anzahl verdoppelt? (2 Stellen) (3 P.) _____

**3)** Wann sind es zehnmal so viele Bakterien wie am Anfang? (2 Stellen) (2 P.) _____

**4)** Wie schnell wächst die Kultur nach 4 Stunden? (Bakterien pro Stunde, ganze Zahl) (3 P.) _____

# Lösungen: Probe-Klausur Integralrechnung

## Aufgabe 1: Stammfunktionen (je 2 P.)

**1)** $F(x) = x^2 + 5x + C$

**2)** $F(x) = -2x^3 + 2x + C$

**3)** $F(x) = \frac{8}{5}x^5 + \frac{9}{4}x^4 + x^3 + C$

**4)** $F(x) = x^4 + \frac{5}{2}x^2 + 5x + C$

## Aufgabe 2: Bestimmte Integrale (je 3 P.)

**1)** $\int_0^3 (-x^3 + 5x^2 - 7x)\,dx = -\frac{27}{4}$

**2)** $\int_2^3 (6x^2 - x + 5)\,dx = \frac{81}{2}$

**3)** $\int_0^1 (-x^2 - x)\,dx = -\frac{5}{6}$

## Aufgabe 3: Fläche zwischen Graphen (je 5 P.)

**1)** $A = \frac{1}{6}$

**2)** $A = \frac{32}{3}$

## Aufgabe 4: Ableiten (Wiederholung) (je 3 P.)

**1)** $f'(x) = 6x\,e^{3x^2}$

**2)** $f'(x) = -8\sin(2x)$

## Aufgabe 5: Anwendungsaufgabe (10 P.)

**1)** $N(4) = 500 \cdot e^{0{,}4} \approx 746$

**2)** $500 \cdot e^{0{,}1t} = 1000 \;\Rightarrow\; t = \frac{\ln 2}{0{,}1} \approx 6{,}93\,\text{h}$

**3)** $e^{0{,}1t} = 10 \;\Rightarrow\; t = \frac{\ln 10}{0{,}1} \approx 23{,}03\,\text{h}$

**4)** $N'(t) = 50 \cdot e^{0{,}1t} \;\Rightarrow\; N'(4) \approx 75$

### Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

| 15 P. | 14 P. | 13 P. | 12 P. | 11 P. | 10 P. | 9 P. | 8 P. | 7 P. | 6 P. | 5 P. | 4 P. | 3 P. | 2 P. | 1 P. | 0 P. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ab 41 | ab 39 | ab 37 | ab 35 | ab 33 | ab 31 | ab 28 | ab 26 | ab 24 | ab 22 | ab 20 | ab 18 | ab 15 | ab 12 | ab 9 | ab 0 |