# Probe-Klausur Integralrechnung

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 43 Note: ____

## Aufgabe 1: Stammfunktionen (je 2 P.)

Bestimme eine Stammfunktion F. Vergiss die Integrationskonstante C nicht. Kontrolle: F'(x) muss wieder f(x) ergeben.

1) $f(x) = 5x + 3$ _____

2) $f(x) = -4x^4 + x^2$ _____

3) $f(x) = -4x^4 - 2x + 2$ _____

4) $f(x) = 9x^3 - 7x$ _____

## Aufgabe 2: Bestimmte Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_2^5 (5x^2 - 4x - 7)\,dx =$ _____

2) $\int_2^3 (3x^3)\,dx =$ _____

3) $\int_1^2 (-5x^3)\,dx =$ _____

## Aufgabe 3: Fläche zwischen Graphen (je 5 P.)

Berechne den Inhalt der Fläche, die die Graphen von f und g einschließen. Gib das Ergebnis exakt als Bruch an.

1) $f(x) = 2x^2 + 4x - 7, \quad g(x) = 2x - 3$ _____

**2)** $f(x) = -x^2 - 8x - 7, \quad g(x) = -3x - 1$ _____

## Aufgabe 4: Ableiten (Wiederholung) (je 3 P.)

Bilde die erste Ableitung mit Produkt- und Kettenregel. Vereinfache so weit wie sinnvoll.

**1)** $f(x) = e^{-2x}$

**2)** $f(x) = x\cos(x)$

## Aufgabe 5: Anwendungsaufgabe (10 P.)

In einer Nährlösung vermehren sich Bakterien. Die Anzahl der Bakterien nach t Stunden beschreibt N(t) = 1000 · e^(0,3t). Tipp: Wenn die Unbekannte im Exponenten steht, hilft der natürliche Logarithmus ln – er macht e^(…) rückgängig. Die Ableitung N´(t) gibt an, wie viele Bakterien pro Stunde gerade dazukommen.

**1)** Wie viele Bakterien sind es nach 4 Stunden? (ganze Zahl) (2 P.) _____

**2)** Nach wie vielen Stunden hat sich die Anzahl verdoppelt? (2 Stellen) (3 P.) _____

**3)** Wann sind es zehnmal so viele Bakterien wie am Anfang? (2 Stellen) (2 P.) _____

**4)** Wie schnell wächst die Kultur nach 4 Stunden? (Bakterien pro Stunde, ganze Zahl) (3 P.) _____

# Lösungen: Probe-Klausur Integralrechnung

## Aufgabe 1: Stammfunktionen (je 2 P.)

**1)** $F(x) = \frac{5}{2}x^2 + 3x + C$

**2)** $F(x) = -\frac{4}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3 + C$

**3)** $F(x) = -\frac{4}{5}x^5 - x^2 + 2x + C$

**4)** $F(x) = \frac{9}{4}x^4 - \frac{7}{2}x^2 + C$

## Aufgabe 2: Bestimmte Integrale (je 3 P.)

**1)** $\int_2^5 (5x^2 - 4x - 7)\,dx = 132$

**2)** $\int_2^3 (3x^3)\,dx = \frac{195}{4}$

**3)** $\int_1^2 (-5x^3)\,dx = -\frac{75}{4}$

## Aufgabe 3: Fläche zwischen Graphen (je 5 P.)

**1)** $A = 9$

**2)** $A = \frac{1}{6}$

## Aufgabe 4: Ableiten (Wiederholung) (je 3 P.)

**1)** $f'(x) = -2e^{-2x}$

**2)** $f'(x) = \cos(x) - x\sin(x)$

## Aufgabe 5: Anwendungsaufgabe (10 P.)

**1)** $N(4) = 1000 \cdot e^{1{,}2} \approx 3320$

**2)** $1000 \cdot e^{0{,}3t} = 2000 \Rightarrow t = \frac{\ln 2}{0{,}3} \approx 2{,}31\,\text{h}$

**3)** $e^{0{,}3t} = 10 \Rightarrow t = \frac{\ln 10}{0{,}3} \approx 7{,}68\,\text{h}$

**4)** $N'(t) = 300 \cdot e^{0{,}3t} \Rightarrow N'(4) \approx 996$

### Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

| 15 P. | 14 P. | 13 P. | 12 P. | 11 P. | 10 P. | 9 P. | 8 P. | 7 P. | 6 P. | 5 P. | 4 P. | 3 P. | 2 P. | 1 P. | 0 P. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ab 41 | ab 39 | ab 37 | ab 35 | ab 33 | ab 31 | ab 28 | ab 26 | ab 24 | ab 22 | ab 20 | ab 18 | ab 15 | ab 12 | ab 9 | ab 0 |