Probe-Klausur Integralrechnung

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 43 Note: ____

Aufgabe 1: Stammfunktionen (je 2 P.)

Bestimme eine Stammfunktion F. Vergiss die Integrationskonstante C nicht. Kontrolle: F'(x) muss wieder f(x) ergeben.

1) $f(x) = 4x - 5$ _____

2) $f(x) = -4x^3 - 6x^2 - 6x$ _____

3) $f(x) = -8x^2 - 7x + 8$ _____

4) $f(x) = 6x^4 - 6x^3 - 8$ _____

Aufgabe 2: Bestimmte Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_0^1 (5x^3)\,dx =$ _____

2) $\int_1^4 (-7x^3 + 4x^2 - 6)\,dx =$ _____

3) $\int_1^4 (-x^2 - 4x + 4)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Fläche zwischen Graphen (je 5 P.)

Berechne den Inhalt der Fläche, die die Graphen von f und g einschließen. Gib das Ergebnis exakt als Bruch an.

1) $f(x) = x^2 + 2, \quad g(x) = -x + 2$ _____

2) $f(x) = -2x^2 - x, \quad g(x) = x - 4$ _____

Aufgabe 4: Ableiten (Wiederholung) (je 3 P.)

Bilde die erste Ableitung mit Produkt- und Kettenregel. Vereinfache so weit wie sinnvoll.

1) $f(x) = e^{-x^2}$

2) $f(x) = -2\sin(2x)$

Aufgabe 5: Anwendungsaufgabe (10 P.)

In einem Speicher sind zu Beginn (t = 0) 100 m³ Wasser. Die Änderungsrate des Wasservolumens beträgt r(t) = 2 · (5 – t) in m³ pro Stunde (t in Stunden). Positive Werte bedeuten Zufluss, negative Abfluss. Tipp: Das Volumen ist der Anfangsbestand plus die Integralfunktion der Rate: V(t) = 100 + ?0t r(s) ds. Am meisten Wasser ist im Speicher, wenn die Rate von positiv zu negativ wechselt.

1) Gib das Volumen $V(t)$ als Term an. (3 P.) _____

2) Zu welchem Zeitpunkt ist am meisten Wasser im Speicher? (2 P.) _____

3) Wie viel Wasser ist dann im Speicher? (3 P.) _____

4) Wann ist wieder so viel Wasser im Speicher wie am Anfang? (2 P.) _____

Lösungen: Probe-Klausur Integralrechnung

Aufgabe 1: Stammfunktionen (je 2 P.)

1) $F(x) = 2x^2 - 5x + C$

2) $F(x) = -x^4 - 2x^3 - 3x^2 + C$

3) $F(x) = -\frac{8}{3}x^3 - \frac{7}{2}x^2 + 8x + C$

4) $F(x) = \frac{6}{5}x^5 - \frac{3}{2}x^4 - 8x + C$

Aufgabe 2: Bestimmte Integrale (je 3 P.)

1) $\int_0^1 (5x^3)\,dx = \frac{5}{4}$

2) $\int_1^4 (-7x^3 + 4x^2 - 6)\,dx = -\frac{1521}{4}$

3) $\int_1^4 (-x^2 - 4x + 4)\,dx = -39$

Aufgabe 3: Fläche zwischen Graphen (je 5 P.)

1) $A = \frac{1}{6}$

2) $A = 9$

Aufgabe 4: Ableiten (Wiederholung) (je 3 P.)

1) $f'(x) = -2x\,e^{-x^2}$

2) $f'(x) = -4\cos(2x)$

Aufgabe 5: Anwendungsaufgabe (10 P.)

1) $V(t) = 100 + \int_0^t 2(5 - s)\,ds = 100 + 10t - 1t^2$

2) $r(t) = 0 \;\Rightarrow\; t = 5\,\text{h}$ (Vorzeichenwechsel von + nach –)

3) $V(5) = 100 + 50 - 25 = 125\,\text{m}^3$

4) $V(t) = 100 \;\Rightarrow\; 10t - 1t^2 = 0 \;\Rightarrow\; t = 10\,\text{h}$ ($t = 0$ ist der Anfang)

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 41	ab 39	ab 37	ab 35	ab 33	ab 31	ab 28	ab 26	ab 24	ab 22	ab 20	ab 18	ab 15	ab 12	ab 9	ab 0