Probe-Klausur Integralrechnung

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 43 Note: ____

Aufgabe 1: Stammfunktionen (je 2 P.)

Bestimme eine Stammfunktion F. Vergiss die Integrationskonstante C nicht. Kontrolle: F'(x) muss wieder f(x) ergeben.

1) $f(x) = x + 3$ _____

2) $f(x) = x^4 - 6x^2 - 2$ _____

3) $f(x) = -9x^4 - 5x^3$ _____

4) $f(x) = 5x - 7$ _____

Aufgabe 2: Bestimmte Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_0^1 (-8x^3 + 4x)\,dx =$ _____

2) $\int_0^3 (-x^2 + x)\,dx =$ _____

3) $\int_2^4 (-4x^2 + 6x)\,dx =$ _____

Aufgabe 3: Fläche zwischen Graphen (je 5 P.)

Berechne den Inhalt der Fläche, die die Graphen von f und g einschließen. Gib das Ergebnis exakt als Bruch an.

1) $f(x) = -2x^2 + 10x - 2, \quad g(x) = 2x - 2$ _____

2) $f(x) = -x^2 - 5x - 2, \quad g(x) = -x + 1$ _____

Aufgabe 4: Ableiten (Wiederholung) (je 3 P.)

Bilde die erste Ableitung mit Produkt- und Kettenregel. Vereinfache so weit wie sinnvoll.

1) $f(x) = e^{-2x^2}$

2) $f(x) = -4\sin(3x)$

Aufgabe 5: Anwendungsaufgabe (10 P.)

In einer Nährlösung vermehren sich Bakterien. Die Anzahl der Bakterien nach t Stunden beschreibt N(t) = 1000 · e^(0,1t). Tipp: Wenn die Unbekannte im Exponenten steht, hilft der natürliche Logarithmus ln – er macht e^(…) rückgängig. Die Ableitung N´(t) gibt an, wie viele Bakterien pro Stunde gerade dazukommen.

1) Wie viele Bakterien sind es nach 6 Stunden? (ganze Zahl) (2 P.) _____

2) Nach wie vielen Stunden hat sich die Anzahl verdoppelt? (2 Stellen) (3 P.) _____

3) Wann sind es zehnmal so viele Bakterien wie am Anfang? (2 Stellen) (2 P.) _____

4) Wie schnell wächst die Kultur nach 6 Stunden? (Bakterien pro Stunde, ganze Zahl) (3 P.) _____

Lösungen: Probe-Klausur Integralrechnung

Aufgabe 1: Stammfunktionen (je 2 P.)

1) $F(x) = \frac{1}{2}x^2 + 3x + C$

2) $F(x) = \frac{1}{5}x^5 - 2x^3 - 2x + C$

3) $F(x) = -\frac{9}{5}x^5 - \frac{5}{4}x^4 + C$

4) $F(x) = \frac{5}{2}x^2 - 7x + C$

Aufgabe 2: Bestimmte Integrale (je 3 P.)

1) $\int_0^1 (-8x^3 + 4x)\,dx = 0$

2) $\int_0^3 (-x^2 + x)\,dx = -\frac{9}{2}$

3) $\int_2^4 (-4x^2 + 6x)\,dx = -\frac{116}{3}$

Aufgabe 3: Fläche zwischen Graphen (je 5 P.)

1) $A = \frac{64}{3}$

2) $A = \frac{4}{3}$

Aufgabe 4: Ableiten (Wiederholung) (je 3 P.)

1) $f'(x) = -4x\,e^{-2x^2}$

2) $f'(x) = -12\cos(3x)$

Aufgabe 5: Anwendungsaufgabe (10 P.)

1) $N(6) = 1000 \cdot e^{0{,}6} \approx 1822$

2) $1000 \cdot e^{0{,}1t} = 2000 \;\Rightarrow\; t = \frac{\ln 2}{0{,}1} \approx 6{,}93\,\text{h}$

3) $e^{0{,}1t} = 10 \;\Rightarrow\; t = \frac{\ln 10}{0{,}1} \approx 23{,}03\,\text{h}$

4) $N'(t) = 100 \cdot e^{0{,}1t} \;\Rightarrow\; N'(6) \approx 182$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 41	ab 39	ab 37	ab 35	ab 33	ab 31	ab 28	ab 26	ab 24	ab 22	ab 20	ab 18	ab 15	ab 12	ab 9	ab 0